

Priporočeno predznanje iz srednješolske matematike

Naloge



$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Mojca Premuš



FGG

UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo



FGG

UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Priporočeno predznanje iz srednješolske MATEMATIKE

Naloge

Mojca Premuš

Ljubljana, 2024

Kazalo

1	Računanje z ulomki in potencami. Razstavljanje izrazov.	3
2	Linearna funkcija, linearna enačba in neenačba. Enačbe premic.	5
3	Polinomi, polinomske enačbe in neenačbe, racionalne funkcije, stožnice.	8
4	EkspONENTna in logaritemska funkcija.	12
5	Trigonometrija. Kotne funkcije.	14
6	Operacije na grafih.	15
7	Rešitve.	18

1 Računanje z ulomki in potencami. Razstavljanje izrazov.

1. Izpostavi skupni faktor:

(a) $ab + ac + b^2 + bc =$

(b) $acd - ace + bcd - bce =$

(c) $abc + bda - eba =$

2. Razstavi izraz:

(a) $49a^2 - 4b^2 =$

(b) $a^3 + 27 =$

(c) $x^5 - 8x^2 =$

(d) $4x^3 + 20x^2 + 24x =$

3. Okrajšaj ulomke:

(a) $\frac{ac+bc}{cd} =$

(b) $\frac{a^5-3a^4+9a^3-27a^2}{a^4-81} =$

4. Poenostavi:

(a) $\frac{3x}{x^2-4} : \frac{x^3}{x^2-2x} =$

(b) $\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x^2-y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^2y^2-y^4}{4x^2-1}\right) =$

(c) $\frac{1-\frac{x}{x-y}}{\frac{y}{x}-\frac{y}{x-y}} =$

5. Izrazi kot potenco z racionalnim eksponentom:

(a) $\sqrt[4]{x^3} =$

(b) $\sqrt{x}\sqrt[4]{x^3}\sqrt[6]{x^{-5}}=$

6. Delno koreni:

(a) $\sqrt{175}=$

(b) $\sqrt{32} + \sqrt{98} + \sqrt{18}=$

7. Racionaliziraj ulomek:

(a) $\frac{3}{\sqrt{5}}=$

(b) $\frac{\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}=$

2 Linearna funkcija, linearna enačba in neenačba. Enačbe premic.

8. Določi parametra k in n v funkcijskem predpisu $f(x) = kx + n$, če velja $f(-1) = 2$ in $f(1) = -4$.
9. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točko $T(2, 3)$ in je:
- (a) vzporedna premici $y = x$,
 - (b) pravokotna na premico $x + 2y = 1$.
10. Prepričaj se, da so točke $A(1, 3)$, $B(4, 7)$, $C(2, 8)$ in $D(-1, 4)$ oglišča paralelograma.
11. Reši enačbo:
- (a) $\frac{x+2}{x+1} = \frac{x+1}{x-2}$,
 - (b) $(2x - 5)^2 - (5 + x)(5 - x) = (5x + 16)(x + 12)$.

12. Obravnavaj enačbo $ax + 3 = a + 3x$ glede na vrednost parametra a (tj. razišči rešljivost enačbe v odvisnosti od parametra a) in poišči njene rešitve.

13. Reši neenačbo $4x - 1 < 2x + 3$.

14. Obravnavaj neenačbo glede na vrednost parametra a :

(a) $ax - 2 < 3x + 2$,

(b) $ax + 4 \leq 2x + a^2$.

15. Reši sistem enačb.

(a)
$$\begin{array}{rcl} 2x & - & 3y = -7 \\ 2x & + & y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{(b)} & 3x & + \quad 2y = 3 \\ & 5x & + \quad 4y = 1 \end{array}$$

16. Obravnavaj sistem enačb v odvisnosti od parametra a .

$$\begin{array}{lcl} \text{(a)} & x & + \quad ay = -2 \\ & ax & + \quad y = a \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{(b)} & ax & + \quad y = 3 \\ & 4x & + \quad ay = 6 \end{array}$$

3 Polinomi, polinomske enačbe in neenačbe, racionalne funkcije, stožnice.

17. V kvadratni funkciji $f(x) = ax^2 + bx + 8$ določi parametra a in b tako, da bo njen graf potekal skozi točko $A(2, 5)$ in bo abscisa temena $x = -2$.

18. Reši enačbe:

(a) $7x^2 + 12x = 0$,

(b) $x^2 - 6x - 9 = 0$,

(c) $x^2 - 2x + 2 = 0$.

19. Skiciraj graf funkcije $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

20. Okrajšaj ulomek $\frac{3x^2 - 11x - 4}{x^2 - x - 12}$.

21. Določi presečišča parabole $y = x^2 + 3x - 1$ in premice $y = 6x - 3$.

22. Reši enačbo $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{x-1}$.

23. Reši neenačbo:

(a) $x^2 < 1$,

(b) $x^2 - x - 2 \geq 0$,

(c) $x - 2x^2 < 4$.

24. Reši enačbo $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.

25. Določi ničle, začetno vrednost in nariši graf funkcije $f(x) = (x - 1)^2(x - 2)(x + 1)^2$.

26. $(x^4 + 1) : (x^2 + x) =$

27. Določi ničle, pole, asimptoto in skiciraj graf funkcije:

(a) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + 4x + 4},$

(b) $f(x) = \frac{1}{x},$

(c) $f(x) = \frac{1}{x^2},$

(d) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

28. Za podane enačbe zapišite katero množico točk določa.

(a) $x^2 + 2x + y^2 + 2 = 0$

(b) $3x^2 - 2y^2 + 8y - 14 = 0$

(c) $x^2 - x + y^2 + 6y + 9 = 0$

(d) $2x^2 - 4x + y^2 - 2 = 0$

4 Eksponentna in logaritemska funkcija.

29. Reši enačbo.

(a) $12^{x-8} = \frac{1}{144}$

(b) $5^{2x-1} = 1$

(c) $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{x-1} = 5$

30. Reši neenačbo.

(a) $12^{x-8} > \frac{1}{144}$

(b) $5^{2x-1} \leq 1$

31. Izrazi z $\log a$ in $\log b$.

(a) $\log(a^3b^4) =$

(b) $\log \sqrt[5]{\frac{2a^3}{3b^2}} =$

32. Reši enačbo.

(a) $\log(3x + 1) = 1$

(b) $\ln(x - 3) = 0$

(c) $\ln(x^2 + 2) = 0$

5 Trigonometrija. Kotne funkcije.

33. Izrazi s funkcijami kotov med 0 in $\frac{\pi}{4}$.

(a) $\sin \frac{4\pi}{3} =$

(b) $\cos \frac{50\pi}{7} =$

(c) $\sin \left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$

34. Poenostavi izraz $\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$.

35. Reši enačbo:

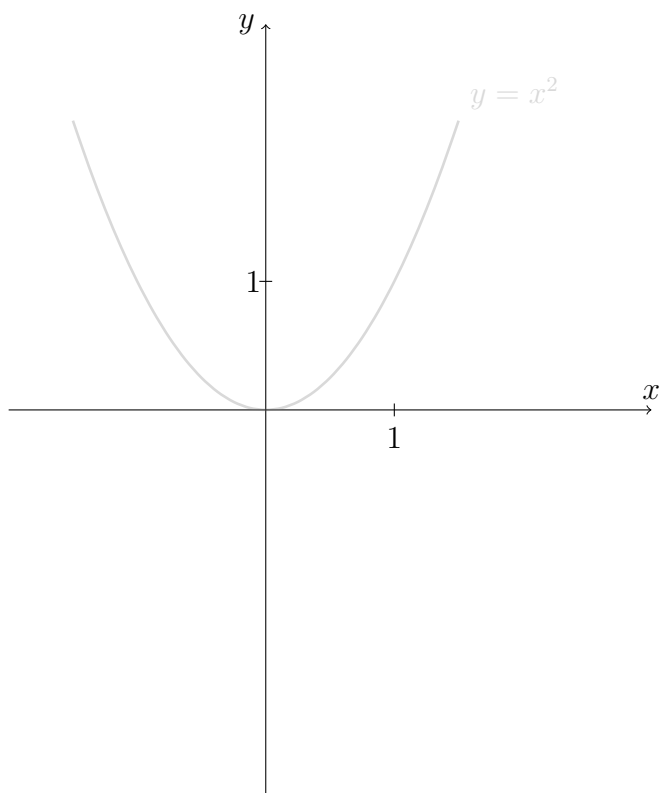
(a) $\sin x = \frac{1}{2},$

(b) $\cos \frac{3x}{5} = 0.$

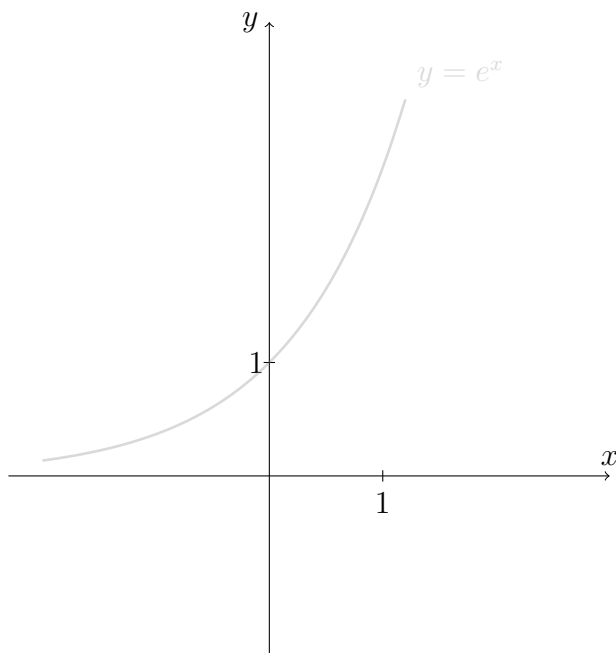
6 Operacije na grafih.

36. Skiciraj graf dane funkcije. Za pomoč so v sivi barvi skicirani grafi osnovnih funkcij.

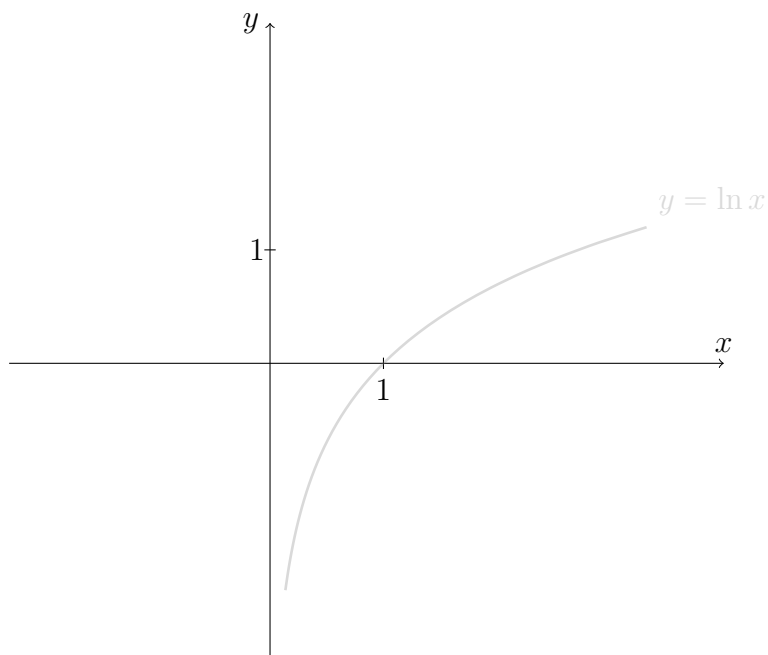
(a) $f(x) = 1 - x^2$



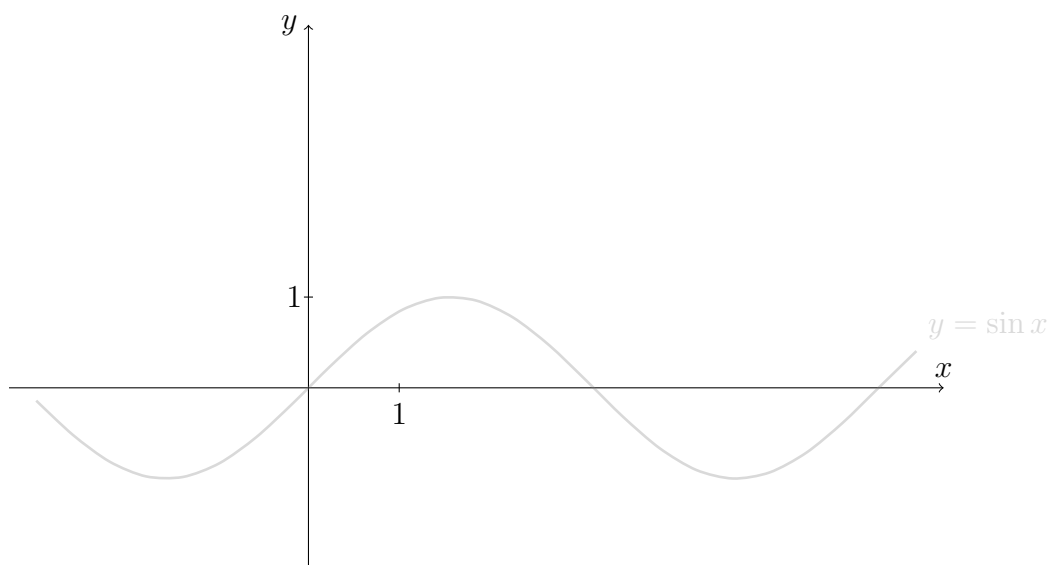
(b) $f(x) = e^{2-x} - 1$



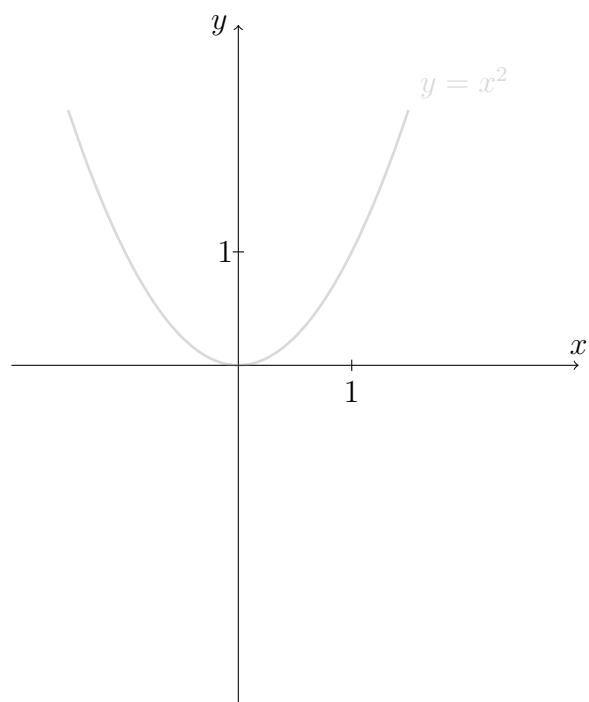
(c) $f(x) = 1 - \ln(2x)$



(d) $f(x) = 2 \sin(x - \pi) + 1$



(e) $f(x) = |2 - x^2|$



7 Rešitve.

1. (a) $(b+c)(a+b)$
(b) $(a+b)c(d-e)$
(c) $ab(c+d-e)$
2. (a) $(7a-2b)(7a+2b)$
(b) $(a+3)(a^2-3a+9)$
(c) $x^2(x-2)(x^2+2x+4)$
(d) $4x(x+2)(x+3)$
3. (a) $\frac{a+b}{d}$
(b) $\frac{a^2}{a+3}$
4. (a) $\frac{3}{x(x+2)}$
(b) $\frac{y^2}{2x+1}$
(c) $\frac{x}{y}$
5. (a) $x^{\frac{3}{4}}$
(b) $x^{\frac{5}{12}}$
6. (a) $5\sqrt{7}$
(b) $14\sqrt{2}$
7. (a) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
(b) $-\frac{\sqrt{2}+4}{7}$
8. $k = -3, n = -1$
9. (a) $y = x + 1$
(b) $y = 2x - 1$
10. Premica skozi A, B je vzporedna premici skozi D, C ter premica skozi A, D je vzporedna premici skozi B, C .
11. (a) $x = -\frac{5}{2}$
(b) $x = -2$
12. Če je $a = 3$, enačbo rešijo vsa realna števila x , če pa je $a \neq 3$, pa je rešitev $x = 1$.
13. $x < 2$
14. (a) Za $a = 3$ neenačbo rešijo vsa realna števila, za $a > 3$ jo rešijo $x < \frac{4}{a-3}$, za $a < 3$ pa $x > \frac{4}{a-3}$.
(b) Za $a = 2$ neenačbo rešijo vsa realna števila, za $a > 2$ jo rešijo $x \leq a + 2$, za $a < 2$ pa $x \geq a + 2$.
15. (a) $x = 1, y = 3$
(b) $x = 5, y = -6$
16. (a) Pri $a \neq \pm 1$ je rešitev $x = -\frac{2+a^2}{1-a^2}$ in $y = \frac{3a}{1-a^2}$, pri $a = \pm 1$ pa sistem nima rešitev.
(b) Pri $a \neq \pm 2$ je rešitev $x = \frac{3}{2+a}$ in $y = \frac{6}{2+a}$, pri $a = 2$ sistem rešijo vsi pari $x \in \mathbb{R}$ in $y = 3 - 2x$, pri $a = -2$ pa sistem nima rešitev.
17. $a = -\frac{1}{4}, b = -1$
18. (a) $x_1 = 0, x_2 = -\frac{12}{7}$
(b) $x_{1,2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$
(c) Enačba nima realnih rešitev.
19.

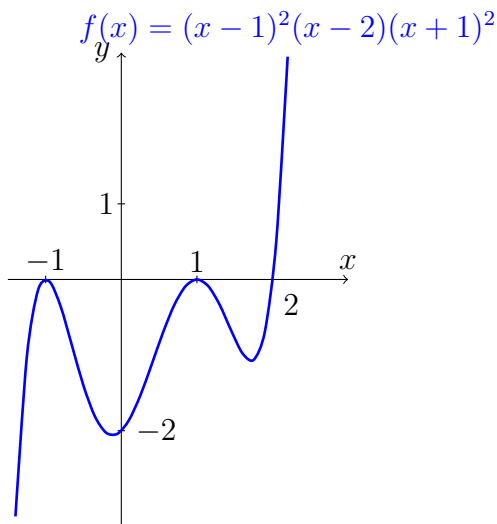
The graph shows a blue parabola on a Cartesian coordinate system. The equation $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ is written in blue above the curve. The vertex is marked with a dashed line to the x-axis at $x = 1$ and the y-axis at $y = -1$. The x-intercepts are labeled as $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ and $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$. The y-intercept is at $y = 1$.
20. $\frac{3x+1}{x+3}$
21. $T_1(2, 9), T_2(1, 3)$
22. $x = 0$
23. (a) $x \in (-1, 1)$

(b) $x \in (-\infty, -1] \cup [2, \infty)$

(c) Vsi realni x .

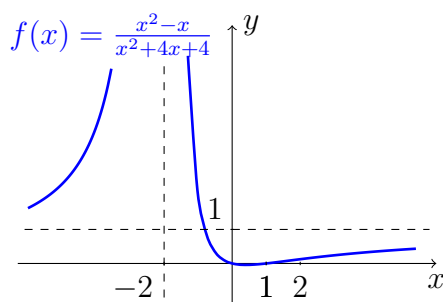
24. $x_1 = -2, x_{2,3} = \pm 1$

25. ničle: $x_{1,2} = -1, x_{3,4} = 1, x_5 = 2$,
začetna vrednost: $f(0) = -2$

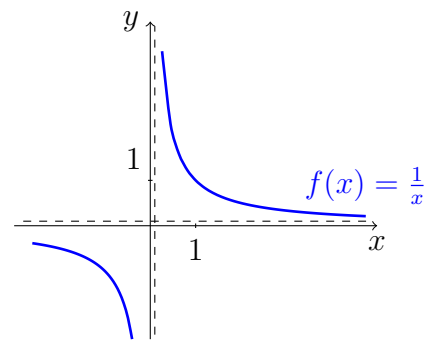


26. $x^2 - x + 1 + \frac{1-x}{x^2+x}$

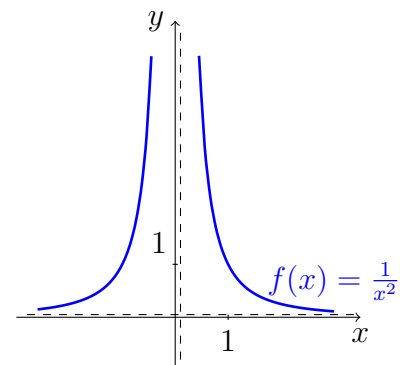
27. (a) ničle: $x_1 = 0$ (1. st.) in $x_2 = 1$ (1. st.), poli: $x = -2$ (2. st.), asimptota: $y = 1$ in začetna vrednost: $f(0) = 0$



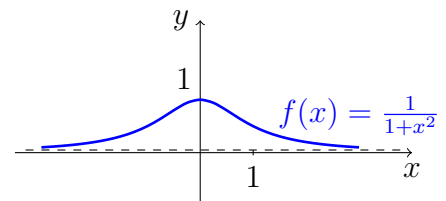
(b) ničle: jih ni, poli: $x = 0$ (1. st.) in asimptota: $y = 0$



(c) ničle: jih ni, poli: $x = 0$ (2. st.) in asimptota: $y = 0$



(d) ničle: jih ni, poli: jih ni, asimptota: $y = 0$ in začetna vr.: $f(0) = 1$



28. (a) Prazna množica.

(b) Hiperbola s središčem v $S(0, 2)$, realno polosjo $\sqrt{2}$, imaginarno polosjo $\sqrt{3}$, odprto v smeri osi x .

(c) Krožnica s središčem $S(\frac{1}{2}, -3)$ in polmerom $r = \frac{1}{2}$.

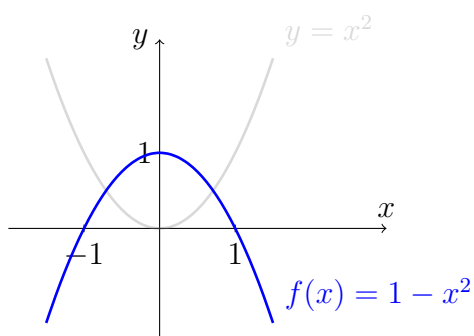
(d) Elipsa s središčem $S(1, 0)$, veliko polosjo (vzporedna osi y) 2 in malo polosjo (vzporedna osi x) $\sqrt{2}$.

29. (a) $x = 6$

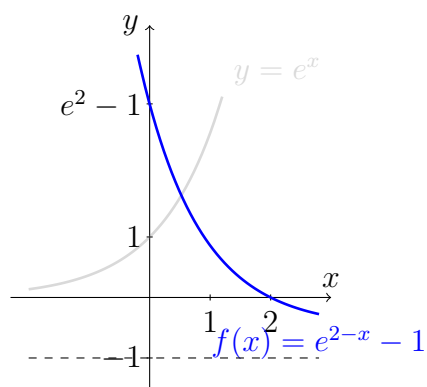
(b) $x = \frac{1}{2}$

(c) $x = 1$

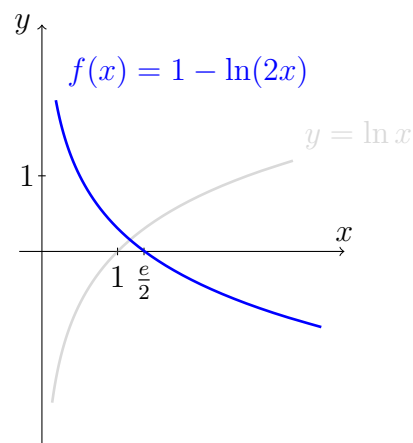
30. (a) $x > 6$
 (b) $x \leq \frac{1}{2}$
31. (a) $3 \log a + 4 \log b$
 (b) $\frac{1}{5} (\log \frac{2}{3} + 3 \log a - 2 \log b)$
32. (a) $x = 3$
 (b) $x = 4$
 (c) Enačba ni rešljiva.
33. (a) $-\cos \frac{\pi}{6}$
 (b) $-\cos \frac{\pi}{7}$
 (c) $\sin \frac{\pi}{6}$
34. $\operatorname{ctg} x$
35. (a) $x_{1,k} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x_{2,k} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (b) $x_k = \frac{5\pi}{6} + \frac{5k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
36. (a)



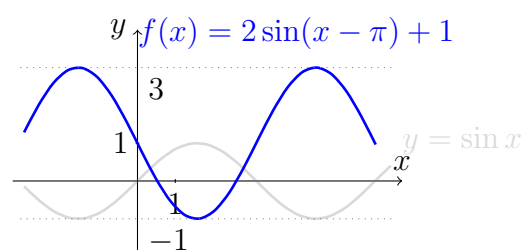
(b)



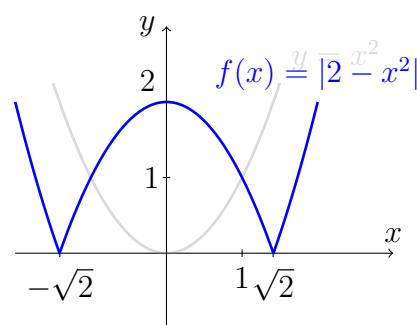
(c)



(d)



(e)



Priporočeno predznanje iz srednješolske matematike
Naloge

Avtorica: Mojca Premuš

Recenzenta: Ganna Kudryavtseva, Nik Stopar

Oblikovalec naslovnice: Niko Fabiani

Založnik: Založba Univerze v Ljubljani

Za založbo: Gregor Majdič, rektor Univerze v Ljubljani

Izdajatelj: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Za izdajatelja: Violeta Bokan Bosiljkov, dekanja Fakultete za gradbeništvo in geodezijo

Ljubljana, 2024

Prva e-izdaja.

Publikacija je brezplačna.

Publikacija je v digitalni obliki prosto dostopna na <https://ebooks.uni-lj.si>

DOI: 10.15292/9789612974312



To delo je ponujeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Deljenje pod enakimi pogoji 4.0 Mednarodna licenca. / This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v
Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID 212656387

ISBN 978-961-297-431-2 (PDF)