



UNIVERZA
V LJUBLJANI

FU

Fakulteta
za upravo

KVANTITATIVNE METODE ZA PODPORO UPRAVLJANJU

Vrednotenje in primerjanje
2. DEL

Žiga Kotnik
Jože Benčina

ISBN 978-961-297-749-8



9 789612 977498



Katalogni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID 262374403

ISBN 978-961-297-749-8 (PDF)

Avtor

Žiga Kotnik, Jože Benčina

NASLOV

**Kvantitativne metode za podporo upravljanju:
Vrednotenje in primerjanje, 2. del**

Tipologija:

Univerzitetni učbenik

Recenzenta:

Maja Klun, Tatjana Devjak

Jezikovni pregled:

Dean Zagorac

Založila:

Založba Univerze v Ljubljani

Za založbo:

Gregor Majdič, rektor Univerze v Ljubljani

Izdala:

Fakulteta za upravo Univerze v Ljubljani

Za izdajatelja:

Mirko Pečarič, dekan Fakultete za upravo Univerze v Ljubljani

Oblikovalec besedila

in prelomov:

Dean Zagorac

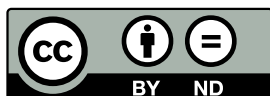
Oblikovanje naslovnice: Branka Smodiš

Prva elektronska izdaja, Ljubljana, 2025

Publikacija je brezplačna.

Publikacija je v digitalni obliki prosto dostopna na <https://ebooks.uni-lj.si>

DOI: 10.17573/9789612977498



Attribution-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-ND 4.0)

Žiga Kotnik, Jože Benčina

KVANTITATIVNE METODE ZA PODPORO UPRAVLJANJU

Vrednotenje in primerjanje 2. del



FU

UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za upravo

Ljubljana, 2025

VSEBINA

1	UVOD.....	1
2	METODE ZA PODPORO VREDNOTENJU IN OCENJEVANJU V JAVNEM SEKTORJU	3
2.1	Javni investicijski projekti.....	4
2.2	Vrednotenje javnih investicijskih projektov	6
2.3	Odločanje o javnih investicijskih projektih	7
2.4	Opredelitev problema in rešitve ocenjevalnega modela.....	10
2.5	Zgradba modela ocenjevanja javnih investicijskih projektov	12
2.5.1	Koncept modela.....	12
2.5.2	Zgradba podatkovnega modela ocenjevanja alternativ	13
2.5.3	Proces ocenjevanja alternativ in izbira ter ocenjevanje variant	14
2.5.4	Izvedba ocenjevalnega modela	15
2.5.5	Interpretacija rezultatov	16
2.6	Osnovne metode za primerjanje med enotami	17
2.6.1	Metoda skupnega ranga	17
2.6.2	Metoda analize doseganja ciljev.....	19
2.6.3	Paretova ABC-metoda	20
2.7	Vprašanja za utrjevanje znanja	24
2.8	Povzetek vsebine	27
2.9	Literatura in viri.....	28

3	OBRESTNOOBRESTNI RAČUN IN RENTNO VARČEVANJE.....	29
3.1	Vrste in narava finančnih storitev	29
3.1.1	Organizacija finančnega sektorja	29
3.1.2	Denarni tokovi	31
3.1.3	Varčevanje in investiranje	32
3.1.4	Zadolževanje in financiranje	33
3.1.5	Stroški finančnih storitev	34
3.1.6	Pregled osnovnih pojmov finančnega poslovanja	34
3.2	Obrestnoobrestni račun	36
3.2.1	Navadni obrestni račun	36
3.2.2	Obrestnoobrestni račun	37
3.3	Rentni in amortizacijski račun	38
3.3.1	Izpodletno konformno obrestovanje	38
3.3.2	Rentno varčevanje	39
3.3.3	Rentno izplačevanje	40
3.3.4	Amortizacijski račun	41
3.3.5	Načelo ekvivalence glavnice	42
3.4	Vprašanja za utrjevanje znanja	43
3.5	Povzetek poglavja	44
3.6	Literatura in viri	44
4	ANALIZA STROŠKOV IN KORISTI INVESTICIJSKIH PROJEKTOV.....	45
4.1	Mere za vrednotenje investicijskih projektov	45
4.2	Finančno in ekonomsko vrednotenje investicijskih projektov	52
4.2.1	Finančna analiza	53
4.2.2	Ekonomska analiza	55
4.3	Vprašanja za utrjevanje znanja	56
4.4	Povzetek poglavja	57

5	EKONOMSKA EVALVACIJA INVESTICIJSKIH PROJEKTOV.....	58
5.1	Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije na področju javnih financ.....	58
5.2	Predhodna in naknadna evalvacija investicijskega projekta	63
5.3	Vprašanja za utrjevanje znanja	65
5.4	Povzetek vsebine	66
5.5	Literatura in viri.....	67
6	LINEARNA ALGEBRA	68
6.1	Sistemi linearnih enačb	68
6.2	Operacije nad vektorji in matrikami	71
6.3	Linearne kombinacije.....	73
6.4	Inverzna matrika kvadratne matrike.....	75
6.5	Determinante	78
6.6	Vaje za utrjevanje znanja.....	78
6.7	Povzetek vsebine	80
7	OPTIMIZACIJA DELOVANJA V JAVNEM SEKTORJU.....	82
7.1	Uvodni primer	83
7.2	Standardna optimizacijska modela: maksimum in minimum.....	88
7.2.1	Standardni maksimum problem	88
7.2.2	Standardni minimum problem	88
7.3	Optimizacijski problemi.....	89
7.3.1	Dieta.....	89
7.3.2	Transportni problem.....	90
7.3.3	Problem analize aktivnosti	92
7.3.4	Problem optimalnega dodeljevanja nalog	94
7.3.5	Finančni portfelj.....	95

7.4	Vprašanja za utrjevanje znanja	96
7.5	Povzetek vsebine	98
8	METODA PODATKOVNE OVOJNICE	99
8.1	Smotrnost in učinkovitost	99
8.2	Metoda podatkovne ovojnice (DEA)	102
8.3	Primer modela učinkovitosti slovenskih javnih bolnišnic	108
8.4	Investiranje in smotrnost	112
8.5	Merjenje smotrnosti s celotno faktorsko produktivnostjo	114
8.5.1	Celotna faktorska produktivnost mreže slovenskih javnih bolnišnic	116
8.5.2	Diskusija	121
8.6	Vprašanja za utrjevanje znanja	122
8.7	Povzetek vsebine	123
8.8	Literatura in viri	124
9	VREDNOTENJE IN OCENJEVANJE JAVNIH INVESTICIJSKIH PROJEKTOV – PREVERJANJE ZNANJA	126
9.1	Metode za podporo vrednotenju in ocenjevanju v javnem sektorju	126
9.2	Obrestnoobrestni račun in rentno varčevanje	129
9.3	Analiza stroškov in koristi	130
9.4	Ekonomska evalvacija investicijskih projektov	131
9.5	Povzetek vsebine	133
9.6	Literatura in viri	134

10	OPTIMIZACIJA DELOVANJA JAVNEGA SEKTORJA – PREVERJANJE ZNANJA	135
10.1	Linearno programiranje.....	135
10.2	Metoda podatkovne ovojnice	136
10.3	Povzetek vsebine	137
10.4	Literatura in viri.....	138
11	SEZNAM KLJUČNIH POJMOV	139
12	SEZNAM PRIPOROČENE LITERATURE ZA SAMOSTOJEN ŠTUDIJ	145

Drugi zvezek učbenika obravnava kvantitativno podporo operativnemu odločanju in ocenjevanju v javnem sektorju. Problematika vrednotenja je v tem delu tesno vpeta v širši okvir načrtovanja, izvajanja in ocenjevanja javnih investicijskih projektov, ki so kot skrbno načrtovane dejavnosti za izdelavo trajnih dobrin ključni del proračunskih procesov. Osrednji namen gradiva je študentom kot bodočim upravljavcem ponuditi metodološki aparat za uveljavljanje načela smotrnosti, ki javni sektor zavezuje k učinkovitemu in gospodarnemu delovanju ob hkratnem zagotavljanju ustrezne kakovosti in dostopnosti storitev. Učbenik obravnava realne izzive prakse, kot so ne-transparentni postopki izbire, pomanjkanje strokovnih meril pri odločanju ter slaba komunikacija med deležniki, kar pogosto vodi v neučinkovito rabo javnih sredstev. Z uporabo predstavljenih kvantitativnih metod želimo prispevati k uporabi na podatkih utemeljenih orodij in rešitev, ki zmanjšujejo tveganja pri odločanju in izvajanju investicijskih projektov.

Učni cilji so usmerjeni k praktični uporabi kvantitativnih orodij s poudarkom na izračunu in interpretaciji ključnih kazalnikov uspešnosti investicij ter modeliranju primerjalnih analiz med enotami javnega sektorja. Na najvišji ravni študenti razvijejo sposobnost kritične presoje in ustvarjanja strateških rešitev s pomočjo oblikovanja modelov v obliki ocenjevalnih dreves in prilagajanja parametrov modelov glede na procese v javni upravi. Razvijejo kompetenco za ocenjevanje utemeljenosti pridobljenih rezultatov in presojo o primernosti uporabljenih metod za konkretne upravljavske izzive. Končni cilj je usposobiti bodoče upravljavce za sintezo kompleksnih kvantitativnih dejstev v uporabne ugotovitve, ki so strokovna podlaga za oblikovanje javnih politik in smotrno alokacijo javnih virov.

Vsebina učbenika se začne s predstavitvijo osnovnih metod za podporo vrednotenju in ocenjevanju. Študenti spoznajo problematiko večkriterijskega odločanja o projektih ter osnovna orodja primerjalne analize, kot so metoda skupnega ranga, analiza doseganja ciljev in Paretova ABC-analiza. Sledi poglavje o obrestnem računu in rentnem varčevanju, ki študente uvede v naravo finančnih storitev, denarne tokove ter matematične osnove za izračun amortizacijskih načrtov in rentnih izplačil. Trete poglavje se poglobi v analizo stroškov in koristi, kjer so pojasnjene ključne mere uspešnosti, kot so neto sedanja vrednost, notranja stopnja donosnosti in doba vračanja, ki omogočajo objektivno presojo donosnosti investicij. Ekonomska evalvacija

investicijskih projektov v četrtem poglavju te mere postavi v zakonski okvir slovenske zakonodaje in predpisov ter podrobno razčleni strukturo dokumentov opredelitve javnih investicijskih projektov. Matematično ozadje za zahtevnejše modele ponuja peto poglavje o linearni algebri, ki uči reševanje sistemov linearnih enačb z Gauss-Jordanovo metodo in operacije z matrikami kot osnove za optimizacijo. Šesto poglavje te osnove uporabi za modeliranje optimizacijskih problemov v javnem sektorju, od transportnih in dietnih problemov do dodeljevanja nalog zaposlenim in finančnih portfeljev. Celoten metodološki okvir zaokrožuje sedmo poglavje o metodi podatkovne ovojnice, ki študente nauči primerjalne analize učinkovitosti javnih organizacij kot podporo upravljanju javnih sistemov in orodje za povečanje učinkovitosti delovanja posameznih enot javnega sektorja.

Didaktična zasnova učbenika temelji na vključevanju dejanskih investicijskih dokumentov in empiričnih študij, kar študentu omogoča, da teoretične koncepte vidi v kontekstu realnih izzivov javnega upravljanja. Analiza primerov dokumentov identifikacije javnih investicijskih projektov in investicijskih programov študenta neposredno usposobi za razumevanje strukture ciljev, virov financiranja in analize tveganj, ki so obvezni del profesionalnega dela v javni upravi. Primeri uporabe metode DEA za merjenje učinkovitosti slovenskih bolnišnic, terciarnega izobraževanja in občin temeljijo na raziskavah in magistrskih delih (Biščak, 2015; Popović, 2016) in so ključni za razumevanje, kako določiti vložke in izloške v neprofitnih okoljih, v katerih klasični tržni mehanizmi ne delujejo.

Vključitev teh realnih študij študentu ne le olajša razumevanje snovi, temveč mu služi kot ogrodje za lastno raziskovalno delo. Preučevanje teh primerov razvija kritično analizo in zmožnost presoje o smiselnosti rezultatov, kar neposredno pripomore k večji tehtnosti seminarskih in zaključnih nalog ter zmanjšuje trud in čas, potreben za njihovo kakovostno izdelavo.

Poleg neposrednih študijskih koristi pa so pridobljena znanja ključna naložba v vašo profesionalno kariero in konkurenčnost na trgu dela. Sposobnost samostojne analize podatkov javnega sektorja s pomočjo kvantitativnih metod in razvoj na podatkih utemeljenih rešitev sta kompetenci, ki sta v sodobnem javnem upravljanju izjemno cenjeni. Bodoči upravljavci, ki znajo surova dejstva pretvoriti v uporabne ugotovitve za javno politiko, imajo pomembno prednost pri zasedanju odgovornih mest, na katerih se zahteva uveljavljanje načela smotrnosti in transparentnosti.

2

METODE ZA PODPORO VREDNOTENJU IN OCENJEVANJU V JAVNEM SEKTORJU

Poglavje obravnava pristope k ocenjevanju in vrednotenju v javnem sektorju. Pri tem je problematika vrednotenja in ocenjevanja umeščena v širši okvir načrtovanja, izvajanja in ocenjevanja javnih investicijskih projektov. Hkrati predstavimo problematiko odločanja in vrednotenja, model za ocenjevanje javnih investicijskih projektov in tri osnovne metode za primerjanje med enotami.

Učni cilji poglavja so usmerjeni v seznanitev s problematiko vrednotenja javnih investicijskih projektov, spoznavanje pristopov k večkriterijskemu ocenjevanju in obvladovanje osnovnih metod za primerjalno analizo med enotami javnega sektorja. Poglavje prispeva k uresničevanju ciljev učnega načrta, in sicer k razvijanju in uporabi kazalnikov za ocenjevanje projektov in programov javnih naložb ter k ocenjevanju učinkovitosti javnih organizacij, vključno s primerjavo z najboljšimi praksami. Z obvladovanjem tematike se študent usposobi za analizo podatkov javnega sektorja s pomočjo kvantitativnih metod, ocenjevanja utemeljenosti pridobljenih rezultatov in primernosti uporabljenih metod ter za razvoj na podatkih utemeljenih rešitev za javno upravljanje. Vsebina poglavja tako pripomore k uresničevanju študijskih rezultatov, v okviru katerih je študent zmožen oblikovati modele in prilagajati njihove parametre skladno s spreminjanjem opazovanih procesov, uporabe kvantitativnih metod za ocenjevanje učinkovitosti in uspešnosti javnih organizacij ter skupnosti, oceniti učinek in alokacijo virov javnih iniciativ ter pretvoriti kvantitativna dejstva v uporabne ugotovitve za javno politiko in upravljanje.

Poglavje sestavlja šest podpoglavij. Prva štiri so namenjena obravnavi splošne problematike na področju vrednotenja in ocenjevanja javnih investicijskih projektov. Sledi opredelitev in predstavitev zgradbe ocenjevalnega modela. Poglavje se sklene s predstavitvijo treh metod za primerjanje med enotami javnega sektorja, in sicer treh osnovnih metod analize benchmarkinga: metoda skupnega ranga, metoda analize doseganja ciljev in Pareto-va ABC-analiza.

2.1 Javni investicijski projekti

Investicijski projekti so skrbno načrtovane dejavnosti, v katere vložimo finančne in druge vire ter izdelamo trajne dobrine, ki v času izrabe prinašajo neposredne in posredne koristi. V zasebnem sektorju so koristi projektov usmerjene predvsem v poslovne rezultate (dobiček, povečanje prihodkov, povečanje tržnega deleža itd.). V javnem sektorju pa gre lahko po eni strani za dobrine, ki so prepoznane kot nujno potrebne, po drugi strani pa lahko usmerimo projekte v izboljšanje kakovosti, dostopnosti in učinkovitosti javnih storitev. Področja javnih investicijskih projektov so:

- izgradnja splošne infrastrukture (ceste, železnice, kanalizacija, parki itd.);
- izgradnja objektov za dejavnosti javnih ustanov (šole, vrtci, zdravstveni domovi, bolnišnice, kulturni domovi, športni objekti itd.);
- izgradnja infrastrukture v podporo gospodarstvu (obratno-poslovne cone in infrastruktura, tehnološki parki itd.);
- oprema za javne dejavnosti (medicinska oprema, IT-oprema itd.);
- razvoj procesov in organizacije za izboljšanje delovanja javnih ustanov (smotrnost, kakovost, učinkovitost, dostopnost);
- razvoj in izvajanje družbenih inovativnih rešitev.

Rezultati projektov so izdelki. Literatura razlikuje med različnimi vrstami izdelkov, in sicer: projektni izidi, ko gre za neposredne, merljive proizvode projekta (angl. outputs), projektni učinki, kadar gre za kratkoročne ali srednjeročne učinke uporabe proizvodov (angl. outcomes) ali projektne vplive, ko gre za dolgoročne širše učinke (angl. impacts). Izdelki so torej lahko otipljivi ali neotipljivi. Investicijski projekt ima navadno en končni izdelek, ki v sebi združuje tako otipljive kot tudi neotipljive podizdelke. Pomislimo na končne izdelke pri primerih s seznama primerov investicijskih projektov:

- otipljivi izdelki so na primer:
 - cesta, most, park,
 - bolnišnica,
 - premislite še o drugih otipljivih končnih izdelkih investicijskih projektov;
- neotipljivi izdelki so značilni za projekte, katerih cilji so spremembe v načinu delovanja, ne da bi spreminjali (izboljševali) bivalne in tehnične pogoje delovanja:
 - uvajanje novih pristopov k izvajanju javnih storitev z vključevanjem javnosti (skupno kreiranje, skupno delovanje),
 - premislite o neotipljivih končnih izdelkih javnih investicijskih projektov.

Investicijski projekt mora biti skrbno načrtovan, pri čemer je treba zagotoviti:

- vire (finančne, človeške, materialne, naravne – ekološki vidik);
- nadzorovano okolje za izvajanje investicijskega projekta (projektne svet, projektni manager, projektni tim, projektna dokumentacija z načrtom projekta);
- sistem za obvladovanje kakovosti in tveganj;
- predhodno in naknadno evalvacijo (vrednotenje projekta).

Investicijski projekti torej pretvorijo finančna vlaganja v otipljive ali neotipljive dobrine, od katerih pričakujemo koristi v daljšem času izrabe. Osnova za pridobivanje koristi je učinkovita izraba končnega izdelka investicijskega projekta. Realizirani končni izdelek mora v času izrabe dosegati načrtovane rezultate (primer športnega objekta):

- obsega delovanja:
 - število obiskovalcev športnega objekta, ki se ukvarjajo s športom,
 - število obiskovalcev športnega objekta – gledalcev,
 - število prireditev;
- dostopnosti:
 - urnik delovanja, ki omogoča udeležbo vsem zainteresiranim,
 - cenovna dostopnost;
- kakovosti:
 - kakovost opreme,
 - kakovost storitev delovanja športnega objekta;
- učinkovitosti delovanja:
 - zagotavljanje trajnega delovanja z ustreznim obvladovanjem stroškov oziroma prihodkov,
 - učinkovita izraba virov.

Neposredne koristi javne investicije so neposreden rezultat delovanja posamezne javne enote. Odvisne so od obsega uporabe objekta ali storitve, pri čemer pa mora biti zagotovljena dostopnost, kakovost in učinkovitost delovanja. Posredne koristi se nanašajo na širše družbene koristi, ki niso neposredno povezane z izvajalcem ali uporabnikom storitve, temveč se nanašajo na vplive, posledice, ki jih take aktivnosti prinašajo (boljše zdravljenje prinaša kakovostnejše življenje bolnikom in zmanjšuje stroške bolniških odsotnosti, izboljšuje kakovost dela zdravljenih, več in bolj kakovostno športno udejstvovanje izboljša zdravje državljanov in zmanjšuje stroške zaradi bolniškega staleža in zdravstvenih storitev itd.).

Javne ustanove morajo torej zagotavljati dostopne in kakovostne storitve. Pri tem morajo delovati učinkovito. Investicijska vlaganja so torej lahko namenjena poveča-

nju dostopnosti, izboljšanju kakovosti ali pa povečanju učinkovitosti delovanja ustanove. Primerne mere koristi so obseg opravljenih storitev, kakovost storitev. Merljive neposredne koristi so lahko ocenjene s številom uporabnikov ali oceno spremembe, izboljšanja za uporabnika. Pri posrednih koristih pa ocenimo prispevek za širši krog deležnikov, na primer prispevek investicije v cestno infrastrukturo lahko vpliva na večjo konkurenčnost podjetij (turistična ponudba).

2.2 Vrednotenje javnih investicijskih projektov

Za uspešno izvedbo javnih investicijskih projektov je nujno, da jih ovrednotimo v vseh ključnih fazah življenjskega cikla, in sicer v času načrtovanja, v času izvedbe in v času uporabe. Pri predhodnem vrednotenju¹ investicijskega projekta preverjamo, ali lahko na osnovi znanih dejstev pričakujemo, da bo investicija izvedena v danih časovnih in finančnih okvirih ter bo v času izrabe vzdržna in bo zagotavljala pričakovane koristi. Pri sprotnem vrednotenju² investicijskega projekta gre za nadzor nad izvedbo projekta in zagotavljanje pričakovanega izida (izdelka) projekta. Naknadno vrednotenje³ preverja doseganje postavljenih ciljev in obsega tri vidike:

- vrednotenje rezultatov izrabe investicijskega projekta (obseg delovanja, dostopnost storitev, kakovost storitev in učinkovitost delovanja);
- vrednotenje neposrednih koristi za organizacijo in uporabnike (okvir javne ustanove, ki izvaja storitve);
- vrednotenje posrednih koristi za družbo (širši družbeni okvir, v katerem se rezultati dejavnosti realizirajo kot koristi za družbeno okolje).

Finančno vrednotenje investicijskih projektov je ključen korak tako pri predhodnem kot tudi naknadnem vrednotenju investicijskega projekta. Je pomemben del načrta predstavitve investicijskega projekta, ki praviloma obsega naslednja poglavja:

- določitev ciljev investicijskega projekta,
- identifikacija projekta,
- analiza izvedljivosti in variant,
- finančna analiza,
- ekonomska analiza,
- drugi elementi vrednotenja,
- analiza občutljivosti in tveganj.

Z načrtovanjem in izvedbo projektov se celoviteje ukvarjamo pri izbirnem predmetu Projektni management. V okviru tega predmeta pa smo osredotočeni na finančno

¹ Angl. *ex ante project evaluation*.

² Angl. *ongoing project evaluation*.

³ Angl. *ex post project evaluation*.

vrednotenje projektov, zato se bomo s preostalimi elementi načrtovanja investicijskega projekta seznanili le v obsegu, ki je potreben za razumevanje obravnavanih pojmov.

2.3 Odločanje o javnih investicijskih projektih

Odločanje o investicijskih projektih pomeni bodisi izbiro primerne projekta iz nabora predlogov projektov bodisi potrjevanje posameznega projekta kot primerne za izvedbo. Temelji na vrednotenju in ocenjevanju, pri čemer lahko ocenjujemo na osnovi dejstev ali na osnovi ocen poznavalcev problematike. V fazi načrtovanja investicijskega projekta imamo praviloma na voljo omejeno količino preverljivih dejstev, zato je za posamezne vidike ocenjevanja nujno pridobiti mnenja kompetentnih strokovnjakov. Po predaji izdelka projekta v uporabo pa lahko večino načrtovanih rezultatov in koristi izmerimo in ocenimo glede na postavljene cilje.

Odločanje o javnih investicijskih projektih vključuje ocenjevanje posameznega projekta in primerjanje med projekti. Pri razvoju metodoloških in postopkovnih okvirov kot podporo rasti ravni znanja ter motivacije je smiselno upoštevati nekatere osnovne zahteve, ki naj jim zadošča okvir ocenjevanja:

- preprost in razumljiv način ocenjevanja;
- možnost vpogleda v razhajanja pri ocenah in iskanja optimalne ravni soglasja;
- celovita podpora postopku optimalne izbire portfelja investicijskih projektov z ocenjevanjem posameznih projektov in oblikovanjem predlogov optimalnih variant,
- prožno oblikovanje variant in ocenjevalnih skupin;
- pregledna tabelarična in grafična predstavitev rezultatov ocenjevanja;
- možnost analiz rezultatov po vseh parametrih in primerjav med zaporednimi ocenjevanji.

Najsplošnejše izhodišče za uporabo metod je uveljavljanje načela smotrnosti pri upravljanju investicijskega dela proračuna v javnem sektorju. S kakovostnim odločanjem o investicijskem delu proračuna v organizacijah javnega sektorja prispevamo k:

- večji izbiri bolje pripravljenih projektov;
- odločitvam, ki bodo dajale boljše rezultate;
- rasti zavedanja o odgovornosti za negativne posledice slabih odločitev;
- boljše komunikaciji med udeleženci odločanja;
- medsebojnemu sodelovanju in zavedanju o skupnih ciljih odločanja;
- učinkovitejšemu izvajanju proračuna;
- upoštevanju načel stalnega in uravnoveženega razvoja ustanov ali skupnosti.

Navedeni smotri se nanašajo predvsem na uresničevanje osnovnih načel upravljanja s proračunom ter na oblikovanje konstruktivnih in pozitivnih odnosov med odločevalci, kar pripomore k spodbujanju odgovornega in dolgoročno usmerjenega odločanja.

Dosedanje raziskave na tem področju so pokazale, da pomanjkljivo, netočno ali metodološko neustrezno vrednotenje investicijskih projektov pogosto vodi v neučinkovito rabo javnih sredstev, kar se kaže v prekoračitvah stroškov v fazi izvajanja, podaljševanju časovnic ali celo v opuščanju oziroma nedokončanju projektov (Taliercio in Estrada, 2020). Ob tem je dodatna težava neustrezna izbira projektov, saj se v izvedbo pogosto uvrstijo manj pomembni in slabše pripravljeni projekti, kakovostnejši pa ostajajo neizvedeni. Kadar je nabor potencialnih projektov preobsežen, je treba predloge prednostno razvrstiti glede na njihovo neto sedanjo vrednost, saj to omogoča izbor projektov z največjo ustvarjeno vrednostjo ob upoštevanju proračunskih omejitev.

Na osnovi zgoraj opredeljenih izhodišč smo postavili vprašanja in poiskali odgovore, kako poteka odločanje o javnih investicijskih projektih in zakaj pri tem prihaja do nezaželenih rezultatov. Pri tem smo se osredotočili na problematiko odločanja v občinah.

Kako

- poteka odločanje o uvrstitvi investicijskih projektov v občinski proračun?
- se uveljavljajo interesi različnih političnih opcij?
- se pri odločanju uveljavljajo različna strokovna mnenja in interesi?
- vplivajo strokovna mnenja na politične odločitve?
- poteka usklajevanje mnenj o posameznih projektih in celotnih nizih projektov, ki so predmet izbire?

Tako

- odločanje o uvrstitvi investicijskih projektov v občinski proračun ali načrt razvojnih programov pogosto poteka nekoliko neorganizirano. Postopki o poteku in načinu oblikovanja predlogov niso opredeljeni. Projekti se predstavljajo kot zahteve in ne kot predlogi. Pozitivno vlogo v tem procesu ima načrt razvojnih programov, ki pokriva štiriletno obdobje in vsaj deloma zagotavlja, da je proces usklajevanja in izbire nadzorovan ter dokumentiran. Kljub temu pa so postopki pogosto premalo pregledni, ker razlogi za izbiro posameznih projektov niso vedno jasno dokumentirani;
- posledica premalo organiziranega pristopa k odločanju je močan vpliv porazdelitve formalne in neformalne moči v občini na izbiro možnih investicijskih projektov in njihovo uvrščanje v proračun. Tako se namesto upoštevanja širših potreb uveljavijo vplivi posameznikov ali manjših skupin. To lahko vodi v *ad hoc* odločanje in povečuje tveganje, da se v proračun prednostno uvrstijo politično podprti projekti namesto tistih, ki prinašajo največje koristi za skupnost;

- težavno je tudi usklajevanje mnenj med strokovnimi področji in oddelki občinske uprave. Strokovna mnenja zato nimajo ustreznega vpliva na končne odločitve. Posredovanje strokovnih mnenj občinskemu svetu pogosto ni namenjeno objektivnemu obveščanju, temveč gre predvsem za zagovarjanje vnaprej določenih stališč;
- usklajevalna telesa so komisije in občinski svet. Komisije so navadno organizirane po področjih, tako da v njihovem okviru poteka usklajevanje o posameznem področju (gospodarskem, kulturnem, šolskem itd.). Na komisijah potrjeni projekti nato iščejo podporo na občinskem svetu, kjer pa je malo prostora za posvetovanje in usklajevanja. Usklajevanje mnenj o proračunskih variantah je zato pomanjkljivo, saj razprave pogosto obsegajo le kratke obrazložitve, širše strateške posledice projektov pa so pogosto prezrte.

Zakaj

- izbrani projekti pogosto ne izpolnjujejo pričakovanj?
- lahko prevladajo manj primerni projekti nad bolj primernimi?
- je približevanje mnenj in iskanje soglasja pogosto neuspešno?

Zato

- zaradi opisanega pomanjkljivega postopka odločanja prihaja do potrjevanja projektov, ki so pomanjkljivo načrtovani ali ne uživajo dovolj široke podpore. Vzroki za neizpolnjevanje pričakovanj so lahko slaba pripravljenost projekta, ki povzroča časovne in finančne prekoračitve, previsoki stroški izrabe rezultatov projekta, premajhna podpora deležnikov, nizka raven prispevka, ki ga projekt prinaša skupnosti ali posameznim skupinam, nasprotovanje civilne družbe, skupin državljanov, določenih političnih opcij in podobno;
- o uvrstitvi projekta v proračun ali načrt razvojnih programov odloča občinski svet. Zaradi pomanjkljivosti v postopku izbire so lahko občinski svetniki slabo informirani. Poleg vsebine pa je pomemben tudi način informiranja. Postopki odločanja ne določajo načina iskanja kompromisov in ne opredeljujejo iskanja primerne stopnje soglasja. Zato je napredek v smeri boljšega informiranja in bolj poglobljenega iskanja kompromisov pičel ali pa ga sploh ni;
- pri odločevalcih prevladuje mnenje, da je pomembno predvsem, da se izpelejo projekti, ki jih podpirajo najvplivnejši posamezniki ali skupine. Zato razumejo usklajevanje mnenj namesto kot prispevek k boljšemu odločanju kot oviro pri realizaciji investicije. Komunikacija s preostalimi deležniki projektov je zato zanemarjena, usklajevanje mnenj in iskanje soglasja je zanemarjeno.

Omenjena dejstva veljajo predvsem za lokalne skupnosti, vendar lahko odkritja večinoma posplošimo tudi na celotno javno upravo.

2.4 Opredelitev problema in rešitve ocenjevalnega modela

Pri opredelitvi problema izhajamo iz ugotovitev o problematiki ocenjevanja investicijskih projektov in optimalne izbire nabora investicijskih projektov v javnem sektorju. V širšem smislu lahko kot odločitveni problem opredelimo celotno dejavnost v zvezi z načrtovanjem in izvajanjem investicijskega dela proračuna, ki obsega zbiranje, urejanje in izmenjavo informacij ter postopke dejanskega odločanja:

1. zbiranje in izbiro predlogov za projekte;
2. odločanje o izbiri projektov, za katere naj se pripravijo študije izvedljivosti;
3. pripravo dokumentacije, ki je potrebna za odločanje o začetku priprave projekta;
4. odločanje o izbiri projektov, za katere se pripravi dokumentacija za izvedbo projekta;
5. odločanje o uvrstitvi projektov v programske dokumente ali proračun;
6. spremljanje izvajanja projektov in vpliva odstopanj na izvedljivost projektov v pripravi;
7. spremljanje izvajanja investicijskega dela proračuna;
8. preverjanje učinkovitosti in uspešnosti izrabe realiziranih investicijskih projektov.

Odločilni segment procesov upravljanja investicijskih projektov je preiskovanje odločitvenih možnosti in izbira primernih alternativ, ki vključuje 2., 4. in 5. korak. Pri tem se srečamo z okoliščinami trenutnega stanja, zaradi katerih prihaja do razlike med zaželenim idealnim stanjem (izbira optimalnega nabora projektov) in dejanskim stanjem (izbira manj primernih projektov). Tabela 1 podaja vzročno-posledične povezave, ki privedejo do neugodnih posledic odločanja. Analiza vzrokov in posledic nam omogoča opredelitev ustreznega pristopa, ki omogoča smotrnejše in transparentno odločanje.

Tabela 1: Shema okoliščin – vzroki-posledice pri odločanju o investicijskih projektih

Okoliščine	Vzroki	Posledice
slabo opredeljeni strateški smotri in cilji	postavljene prednostne naloge ne ustrezajo dejansko zastavljenim smotrom	izbira neustreznih in nepotrebnih projektov
premalo znanja o strokovnih področjih	prevladuje subjektivno in politično vrednotenje, strokovni argumenti se ne upoštevajo	
nedorečeni kriteriji izbire	problemov in nezaželenih posledic ni mogoče analizirati, izbira pogosto temelji na manj pomembnih lastnostih, pomembne pa so zanemarjene	
ohlapno opredeljeni postopki izbire	v postopku odločanja se opuščajo posamezne faze; nekatere skupine ali posamezniki se ne udeležujejo postopka odločanja	

slabo pripravljene projekti	odloča se na osnovi napačnih predpostavk o projektih	izbranih projektov ni mogoče kakovostno realizirati
subjektivno ocenjevanje in odločanje	odsotnost argumentov onemogoča konstruktivno izmenjavo mnenj	nasprotovanje in odpor projektom v času izvajanja
	subjektiven pristop k ocenjevanju povzroči čustvene odzive na nezaželene odločitve	
neopredeljeno članstvo odločevalskih skupin	podeljevanje mandata za odločanje je neurejeno, odločanje je okrnjeno z neudeležbo ali neupoštevanjem pomembnih akterjev	projekti v izvajanju ne uživajo primerne podpore
veliko število deležnikov	prepogosto prihaja do prevlade ožjih interesov manjših skupin ali posameznikov	
	vpliv odločevalcev ni porazdeljen glede na smiselne kriterije in se uveljavlja v nasprotju z dejansko vlogo odločevalcev in skupin v javnem interesu	
velike razlike v preferencah deležnikov	odločitve se sprejemajo s preglasovanjem, ni želje niti možnosti za kompromisne rešitve	nesodelovanje pri izvajanju projektov
nedostopnost podatkov o preteklih odločitvah	brez podatkov o preteklih odločitvah ni možna analiza za nazaj in ni možno upoštevati prejšnjih odločitev in argumentacij	ponavljanje napačnih izbir in opuščanje pomembnih projektov

Na osnovi zgoraj zapisanih opredelitev problema lahko določimo postopek, ki je v postavljenem problemskem okviru jedro odločitvenega problema:

- iz dane množice alternativ (investicijskih projektov) odločevalci z različnimi vlogami in interesi izbirajo optimalno podmnožico (kombinacijo, varianto) alternativ, pri čemer optimalnost opredelimo glede na vnaprej določena merila in omejitve;
- sodelujejo z odločevalci z različnimi vlogami in interesi, katerih mnenja in ocene imajo različno težo v končni odločitvi;
- s postopkom usklajevanja odločevalci poskrbijo, da je odločitev sprejeta s primerno stopnjo soglasja; ko to ni mogoče, pa izbrana rešitev vsaj ne bi smela biti deležna odločnega nasprotovanja.

Rešitev problema v tem obsegu je postopek za podporo optimalni izbiri podmnožice alternativ, v okviru katerega se izvede vsakokratni postopek odločanja, ki obsega:

- ocenjevanje investicijskih projektov:
 - ocenjevanje alternativ,
 - ugotavljanje stopnje soglasja;
- izbiro optimalnega portfelja investicijskih projektov:
 - rangiranje možnih variant – različnih kombinacij alternativ, ki ustrezajo izbranim omejitvam,

- ocenjevanje variant in izbira optimalne variante v skladu z danimi omejitvami;
- analiza stopnje soglasja;
- dokumentiranje in arhiviranje.

Predstavljeni postopek je orodje za podporo procesu odločanja in optimalne izbire nabora investicijskih projektov v programskih dokumentih oziroma proračunu organizacij javnega sektorja. V opredeljenem dosegu v izbrano okolje uvaja sistematičen pristop k odločanju o investicijskih projektih. Transparentnost postopka in rezultatov ocenjevanja zagotavlja večje sodelovanje med ocenjevalci, omogoča analiziranje nesoglasij in vzpostavlja možnost za približevanje mnenj ter izboljšanje stopnje soglasja. Tak postopek tudi zmanjšuje tveganja, da bi politični vplivi prevladali nad strokovnimi merili. S tem je podana osnova za vzpostavitev učinkovitega procesa odločanja v okolju javne uprave na področju, ki je zdaj pretežno neurejeno.

2.5 Zgradba modela ocenjevanja javnih investicijskih projektov

Poglavje predstavlja celovito rešitev modela ocenjevanja javnih investicijskih projektov. Najprej je na vrsti predstavitev koncepta modela, nato proces ocenjevanja alternativ in izbira ter ocenjevanje variant, sledi zgradba modela ocenjevanja alternativ, zaključek pa prinaša predstavitev splošnega poteka investicijskega odločanja.

2.5.1 Koncept modela

Iz opredelitve problema in modela rešitve sledijo osnovne značilnosti rešitve:

- prilagodljivost in spremenljivost v smislu obsega in omejitev (koncept splošnega modela, uporabnega v različnih okoljih s podobno problematiko);
- prilagodljivost nabora in strukture kriterijev;
- prilagodljivost strukture in uteži odločevalcev;
- ocenjevanje alternativ z upoštevanjem strokovnih ocen pri odločanju zastopnikov deležnikov;
- jasnost in preprostost postopka ocenjevanja;
- jasnost in preprostost prikaza rezultatov.

Navedena izhodišča in omejitve se upoštevajo v konceptu modela rešitve, ki obsega naslednje korake:

- opredelitev nabora alternativ:
 - nabor alternativ,
 - podatki izkaznice investicijskega projekta;
- opredelitev udeležencev odločanja:

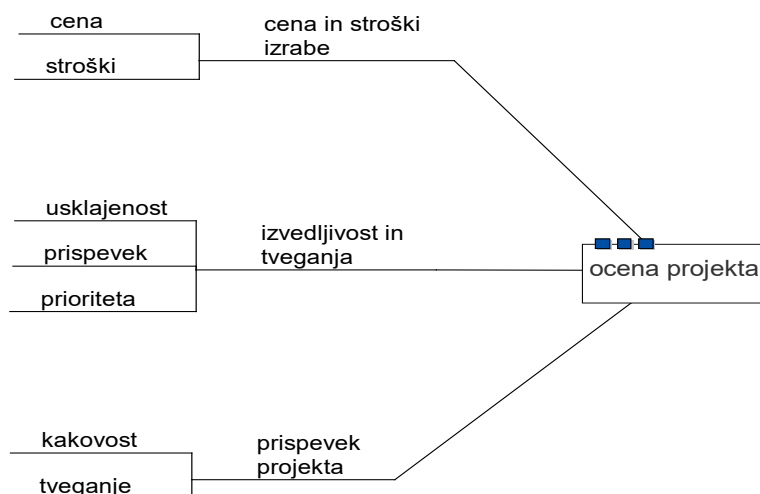
- opredelitev odločevalcev in uteži ocenjevalcev;
- opredelitev kriterijev in omejitev:
 - opredelitev kriterijev za ocenjevanje ustreznosti alternativ,
 - opredelitev atributov;
- ocenjevanje in izbira:
 - strokovno in splošno ocenjevanje alternativ,
 - izbira množice sprejemljivih variant portfeljev investicijskih projektov,
 - ocenjevanje variant,
 - izbira optimalne variante,
 - preverjanje optimalne rešitve,
- naslednja iteracija (če rešitev ni zadovoljiva);
- dokumentiranje in arhiviranje.

Koncept modela je osnova za opredelitev podatkovnega modela in postopka izvedbe modela za odločanje o javnih investicijskih projektih.

2.5.2 Zgradba podatkovnega modela ocenjevanja alternativ

Podatkovni model ocenjevanja alternativ je zgrajen v obliki ocenjevalnega drevesa ter omogoča zapis in dostop do vseh vrednosti vhodnih, vmesnih in izhodnih spremenljivk, vgrajenih v ocenjevalno drevo (Slika 1).

Slika 1: Ocenjevalno drevo modela za podporo odločanju o investicijskih projektih



Odločitveno drevo povezuje vhodne spremenljivke v nadrejene vmesne spremenljivke, te se stekajo v nadrejena vozlišča in tako vse do korena, kjer najdemo oceno alternative, ki jo poda posamezni ocenjevalec. Prikazana struktura omogoča ponovljivost,

preglednost in sledljivost ocenjevalnega postopka, kar je temelj transparentnosti pri odločanju v javnem sektorju.

2.5.3 Proces ocenjevanja alternativ in izbira ter ocenjevanje variant

Ocene alternativ se izračunajo iz ocen posameznih atributov, ki jih podajo strokovni in splošni ocenjevalci (predstavniki deležnikov). Ocena sprejemljivosti oziroma kakovosti strokovne ocene temelji na vrednostih mere soglasja in mere usklajenosti med ocenami strokovnih ocenjevalcev. Najbolj zaželeno so odločitve, ki so jim ocene vseh ocenjevalcev najbližje. Postopek ocenjevanja je lahko iterativen. Če rezultati ne zadostujejo minimalnim pogojem kakovosti odločanja, se ocenjevanje ponovi. Razhajanja se lahko rešujejo tudi postopno, začevši pri ocenjevalcih z najmanjšo vrednostjo mere usklajenosti.

Pri splošnem ocenjevanju sodelujejo predstavniki deležnikov. Tudi v tem primeru opazujemo vrednosti mere soglasja in sorodnosti, vendar tovrstna razhajanja ne pomenijo vedno, da je kaj narobe z alternativami ali z ocenjevalci, temveč gre lahko za razhajanja v vrednotah, ciljih in potrebah deležnikov. Ponavljanje pri splošnem ocenjevanju je smiselno, kadar v nadaljnjih korakih izbire ne pridemo do zadovoljive rešitve. Namen splošne ocene je vključevanje različnih perspektiv ter povečanje legitimnosti odločitve.

Cilj postopka ocenjevanja je izbira optimalne variante, ki jo opravimo v treh korakih:

- na osnovi ocen posameznih projektov, v okviru danih omejitev, sestavimo variante (nize alternativ) ter jih glede na izbrane kriterije in omejitve rangiramo;
- rezultate analiziramo in iz nabora izvedljivih variant izberemo obvladljivo število predlogov za ocenjevanje;
- izbrane predloge variant ocenimo.

Rezultati ocenjevanja variant so izhodišče za končno izbiro najprimernejše variante. Če se izkaže, da v predlaganem naboru variant ni takih, ki bi bile nesporno primerne za uveljavitev v programskem dokumentu oziroma proračunu, se uporabi ena od možnosti za nadaljnje iskanje ustrezne rešitve:

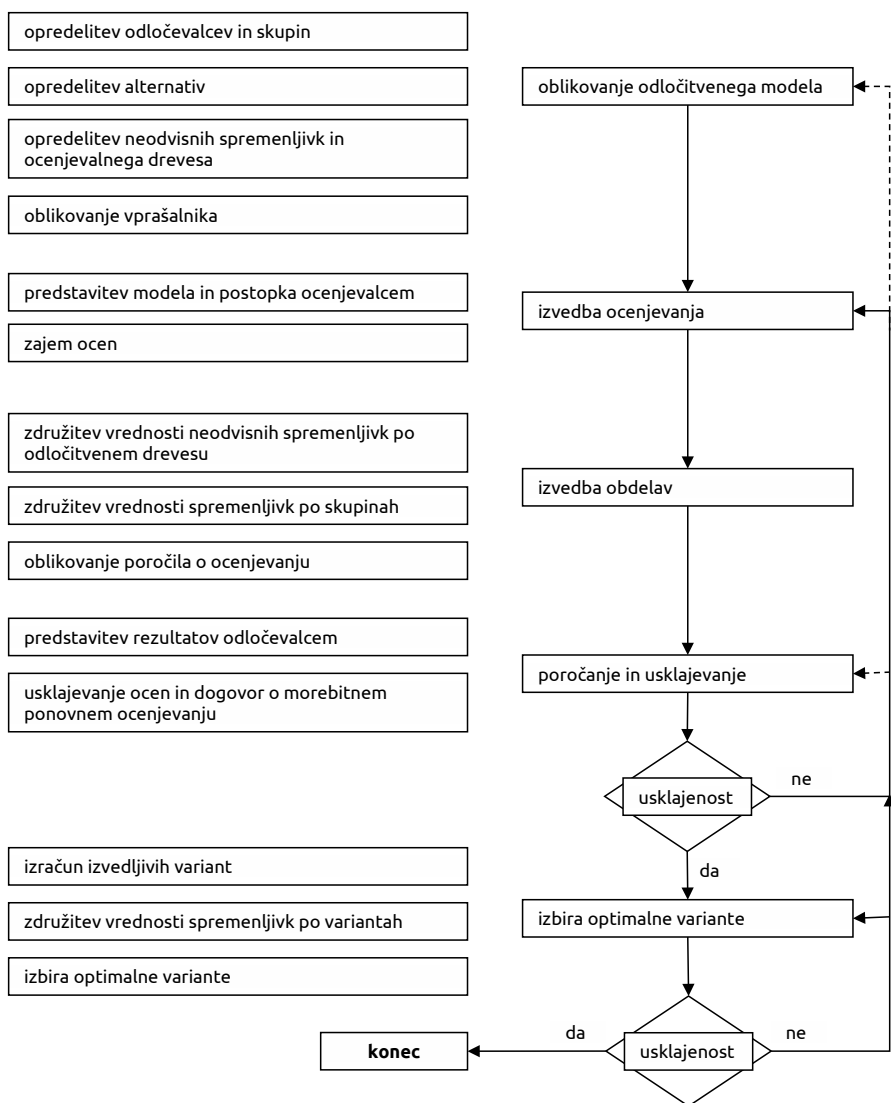
- s pogajanjem se izbere ena od predlaganih variant;
- nabor variant za ocenjevanje se razširi, ocenjevanje se ponovi;
- ponovi se celoten postopek splošnega ocenjevanja;
- ponovi se tudi strokovno ocenjevanje.

Metoda v okviru opisanega postopka odločevalce pripelje do izbire primernih variant in omogoča vpogled v ocene po odločevalcih. Tako lahko odločitve preverimo in pozneje analiziramo vzročno-posledične povezave, ki so pripeljale do danega negativnega ali pozitivnega rezultata.

2.5.4 Izvedba ocenjevalnega modela

Cilj posamezne izvedbe ocenjevalnega drevesa modela je pridobiti vrednosti vseh nastopajočih spremenljivk in izbrati optimalno varianto nabora projektov. Diagram poteka izvedbe modela (Slika 2) predstavlja postopek celotne obdelave odločitvenega problema od priprave, prek izvedbe, do poročanja.

Slika 2: Diagram poteka izvedbe modela



Jedro ocenjevalnega modela je ocenjevalno drevo (Slika 1), v katerega je vgrajeno znanje o strukturi vrednot, ki odločajo o tem, kako primerna je posamezna alterna-

tiva za vključitev v programski dokument oziroma proračun. Kot primer predstavljamo ocenjevalno drevo, oblikovano za primer izvedbe modela v lokalnih skupnostih v Sloveniji (Slika 3).

Slika 3: Ocenjevalno drevo investicijskih projektov za primer slovenskih občin



Model omogoča zajem ocen odločevalcev za posamezne attribute in njihovo združevanje v oceno posameznega projekta, podano s strani posameznega ocenjevalca ter združevanje teh ocen v ocene za skupine ocenjevalcev in ocene za nabore alternativ (variente). Atributi (listi odločitvenega drevesa) se združujejo v kriterije ocenjevanja in izbire (vozlišča odločitvenega drevesa). Ocenjujejo se tako, da ocenjevalec za vsak atribut poda oceno o tem, ali je glede na dani atribut posamezni investicijski projekt primeren za izvajanje ali ne.

2.5.5 Interpretacija rezultatov

Interpretacija rezultatov temelji na primerjavi in razvrščanju projektov. Naloga ni pretežka, saj je predstavitev rezultatov zelo nazorna. Vrednost končnega rezultata, predloga odločitve, je odvisna od stopnje soglasja med skupinama političnih in strokovnih ocenjevalcev in seveda od stopnje soglasja znotraj obeh skupin.

Prvo in najpomembnejše vprašanje glede rezultatov ocenjevanja je, ali jih ocenjevalci sprejemajo kot ustrezne. Interpretacija poteka od vrha navzdol, kar pomeni, da ocenjevalcem najprej predstavimo končni rezultat. Če k tako zapisanim rezultatom dodamo še vrednosti mere soglasja, ki opredeljujejo kakovost odločitve glede razlik med ocenjevalci, lahko podamo sklepe o tem, kateri projekti oziroma variante

odstopajo v pozitivnem ali negativnem smislu in pri katerih med njimi so razlike med ocenjevalci bolj ali manj neugodne. Za alternative, pri katerih je mogoče zaznati bistveno negativno odstopanje mere soglasja, je smiselno preveriti, kdo so ocenjevalci z najmanjšo usklajenostjo. Da bi dosegli ustrezno rešitev, moramo v postopek analize tovrstnih vprašanj vključiti tudi poznavalce razmer v organizaciji, ki jo obdelujemo, saj so lahko vzroki za odstopanja zelo različni in je lahko marsikateri med njimi objektiven, zaradi česar mnenja posameznika v določenih okoliščinah sploh ni mogoče spremeniti.

Porazdelitev ocen lahko natančneje analiziramo tudi z osnovnimi statističnimi metodami za obdelavo imenskih spremenljivk, kar omogoča vpogled v značilnosti ocenjevanja, ki jih povprečne vrednosti same po sebi ne razkrijejo. Preverimo lahko frekvenčne porazdelitve ocen po alternativah, ocenjevalcih, skupinah in variantah ali pa opravimo klastersko analizo.

Nazoren prikaz rezultatov omogočajo tudi različne vrste frekvenčnih tabel ocen, iz katerih lahko razberemo podrobnejša razmerja med ocenjevalci in alternativami. Spodnja tabela prikazuje frekvenčno porazdelitev ocen kriterijev Izvedljivost in tveganja ter Cena in stroški izrabe za dve alternativni.

2.6 Osnovne metode za primerjanje med enotami

Pri vrednotenjih, ocenjevanjih in odločanju se lahko naslonimo na različne pristope in metode, ki so lahko bolj ali manj zahtevni za uporabo. Ob koncu obravnave metod za podporo vrednotenju in ocenjevanju v javnem sektorju predstavljamo metode, ki temeljijo na uporabi osnovnih statističnih metod in omogočajo manj zahtevno ter vsem razumljivo obravnavo odločitvenega izziva. To so tri primerjalne metode, s katerimi lahko razvrstimo enote glede na vrednosti izbranih kazalnikov. Dve med njimi – metoda skupnega ranga in metoda analize doseganja ciljev – sta namenjeni večkriterijskemu ocenjevanju in primerjanju opazovanih enot. Tretja – Paretova ABC-analiza – pa je namenjena klasifikaciji enot glede na delež vrednosti kazalnika in lego enot v ranžirni vrsti kumulativnih vrednosti kazalnika. Omenjene metode so pregledna orodja, ki dopolnjujejo zahtevnejše metode večkriterijskega odločanja.

2.6.1 Metoda skupnega ranga

Metoda skupnega ranga je namenjena hitremu in razumljivemu ocenjevanju ter primerjanju med alternativami. Ima tri zelo zaželene lastnosti:

- je preprosta in razumljiva,
- prikaže urejenost med enotami,
- omogoča nazoren grafični prikaz,

ki naj bi pripomogle k njeni širši uporabi. Kljub temu zelo redko najde pot v praktično uporabo. Takšno stanje verjetno ni posledica morebitnih pomanjkljivosti metode, temveč dejstva, da večkriterijsko ocenjevanje in primerjanje nista dovolj uveljavljena. Metoda tudi omogoča hiter vpogled v razlike med alternativami brez zahtevnih izračunov.

Omejitev metode skupnega ranga je dejstvo, da ne izraža odnosa med enotami, saj temelji na rangiranju, ki ni občutljivo na večje razlike v vrednostih ocen kriterijev. Če imamo manjše število alternativ in kriterijev, omejitev lahko presežemo z dodatno analizo osnovnih podatkov. Za nekoliko natančnejše ocenjevanje večjega števila alternativ pa lahko uporabimo metodo doseganja ciljev, ki jo predstavljamo v nadaljevanju.

Izhodišča uporabe metode skupnega ranga so:

- dimenzija problema: I alternativ in J kriterijev/kazalnikov;
- razvrščamo alternative: A_i , $i = 1, 2, \dots, I$;
- kriteriji/kazalniki, po katerih razvrščamo: K_j , $j = 1, 2, \dots, J$;
- kriteriji so uteženi;
- alternative razvrstimo glede na vrednosti vsote rangov kriterijev.

Koraki metode skupnega ranga so:

1. rangiranje alternativ po posameznih kriterijih – določanje R_{ij} , $i = 1, 2, \dots, I$;
2. določanje rangov za posamezen kriterij:
 - k_{ij} – oznaka za vrednost kriterija K_j za alternativo A_i , $i = 1, 2, \dots, I$ in $j = 1, 2, \dots, J$,
 - $R_{ij} = \text{rang}(k_{ij}; k_{1j}, \dots, k_{Ij})$, kjer je $1 \leq R_{ij} \leq I$;
3. določanje uteži za kriterije:
 - u_j – oznaka za utež kriterija K_j ;
4. določanje vsote vrednosti rangov vseh vključenih kriterijev:
 - vsote uteženih rangov $u_j \cdot R_{ij}$ za alternativo A_i označimo z S_i :

$$S_i = \sum_{j=1}^J u_j R_{ij}$$

5. oločanje skupnega ranga R_i posamezne alternative A_i glede na vrednost S_i vseh alternativ:

$$R_i = \text{rang}(S_i; S_1, \dots, S_I)$$

6. rednost R_i je določena po naraščajočem načinu rangiranja.

Na osnovi izračunanih skupnih rangov razvrstimo alternative od najprimernejših do najmanj primernih. Za podrobnejšo analizo karakteristik alternativ uporabimo razvrstitve glede na posamezne kriterije. Izvedba postopka računanja v preglednicah je preprosta in zahteva samo poznavanje funkcije rangiranja.

2.6.2 Metoda analize doseganja ciljev

Metoda analize doseganja ciljev je nekoliko zahtevnejša in razkriva odnos med alternativami. Uporablja se, kadar želimo oceniti, koliko posamezna alternativa dosega ciljne vrednosti kazalnikov. Pri izračunu je tako upoštevana velikost vrednosti, tako da so rezultati sorazmerni z vrednostjo kriterijev. Interpretacija je lahko celovitejša in s tem nekoliko zahtevnejša.

Izhodišča uporabe metode povprečne stopnje doseganja ciljev so:

- dimenzija problema: I alternativ in J kriterijev/kazalnikov;
- razvrščamo alternative: A_i , $i = 1, 2, \dots, I$;
- po kriterijih/kazalnikih razvrščanja: K_j , $j = 1, 2, \dots, J$;
- vsak kriterij K_j ima opredeljeno ciljno vrednost g_j ;
- kriteriji so uteženi;
- alternative so razvrščene po padajoči vrednosti povprečne stopnje doseganja ciljev.

Koraki metode doseganja ciljev so:

1. določanje ciljev g_j kriterijev K_j , $j = 1, 2, \dots, J$;
2. določanje stopnje doseganja cilja G_{ij} za alternativo A_i in cilj g_j :
 $G_{ij} = \frac{k_{ij}}{g_j}$ za naraščajoče cilje in $G_{ij} = \frac{g_j}{k_{ij}}$ za padajoče cilje,
 kjer je G_{ij} doseganje ciljne vrednosti kazalnika K_j ($j = 1, 2, \dots, J$) za alternativo A_i ($i = 1, 2, \dots, I$), k_{ij} vrednost kazalnika K_j za alternativo A_i , g_j ciljna vrednost kazalnika K_j .

3. določanje uteži za kriterije:

- u_j – oznaka za utež kriterija K_j ;

4. določanje povprečne stopnje doseganja vseh ciljev G_i za alternativo A_i :

$$G_i = \frac{\sum_{j=1}^J u_j G_{ij}}{J}$$

5. določanje skupne stopnje doseganja ciljev za alternativo A_i glede na maksimalno vrednost doseganja ciljev med vsemi alternativami A_i ($i = 1, 2, \dots, I$):

$$G_i^0 = \frac{G_i}{\max_i G_i}$$

6. rangiranje alternativ po kriteriju povprečne stopnje doseganja ciljev;
7. grafični prikaz z radarskim diagramom, ki jasno prikazuje razlike med alternativami.

Večkriterijska obravnava alternativ s pomočjo stopnje doseganja ciljev je nekoliko podobna metodi skupnega ranga, saj gre postopek od opazovanja posameznega kriterija do izračuna skupne vrednosti za vse kriterije in končno analizo rezultata. Za

izvedbo metode v programu za preglednice neposredno uporabimo zgoraj predstavljene formule.

2.6.3 Paretova ABC-metoda

Metoda ABC analize, znana tudi kot Paretova analiza, se imenuje tudi metoda usmerjanja (določanja) k največjemu (vplivu) problemu. Uporablja se pri proučevanju množičnih pojavov za:

- usmerjanje k bistvenemu dejavniku opazovanega pojava in
- določanje prednosti pri reševanju problemov.

Pri množičnih pojavih se enote običajno razdelijo v tri skupine. Prvo skupino označimo z A in jo tvorijo najpomembnejše enote (manjši del), preostali dve skupini B in C pa vsebujeta preostale (večino) enote.

Pri odločanju in izbiri javnih investicijskih projektov je metoda uporabna kot predhodna analiza nabora alternativ pri obravnavi velikega števila alternativ, kadar se želimo osredotočiti na nabor alternativ, ki imajo največji finančni učinek. Tako lahko kategoriziramo tudi projekte za naknadno ocenjevanje in revizijo, kjer bi pod drobnogled vzeli vse projekte iz skupine A, večino projektov iz skupine B in naključno izbrane projekte iz skupine C. Usmeritev za določanje skupine je podana z deleži enot in deleži vrednosti pojava v Tabeli 2.

Tabela 2: Razmerja deležev enot in vrednosti v Paretovem diagramu (ABC-analiza)

Skupina	Delež enot %	Delež vrednosti pojava %
A	do 10	do 80
	najmanjši delež	največji delež
B	20–30	20–30
	manjši delež	manjši delež
C	do 80	do 10
	največji delež	najmanjši delež

Usmeritev podaja približno razporeditev, dejansko razporeditev prilagodimo primeru. Končna rešitev mora ustrezati opisnim definicijam skupin, tako da skupina A predstavlja najmanjši delež med enotami in največji delež vrednosti, skupina C pa ravno obratno pri največjem deležu enot zavzema najmanjši delež vrednosti pojava. Pri tem ne gre za strogo pravilo, temveč za orientacijski okvir, prilagojen specifičnim značilnostim analiziranih podatkov.

Metodo ABC izvedemo v naslednjih korakih:

- določitev ranžirne vrste po velikosti spremenljivke (padajoča vrednost);

- določitev kumulativne vrednosti spremenljivke;
- določitev kvantilnega ranga za enote;
- uvrstitev enot v skupine A, B in C;
- komentiranje in interpretacija rezultatov.

Primer ABC-analize predstavljamo za strukturo občinskega proračuna (Tabela 3), in sicer s tabelo strukture vrednosti (Tabela 4) in grafikonom (Grafikon 1), v katerem določimo skupine Paretove ABC-analize. Tak pristop omogoča pregled osrednjih področij porabe in preprosto prepoznavanje proračunskih postavk, ki najbolj vplivajo na skupne izdatke.

Tabela 3: Področja proračunske porabe za vse slovenske občine 2015

01	politični sistem	24.505.735,86
02	ekonomska in fiskalna administracija	2.814.029,88
03	zunanja politika in mednarodna pomoč	1.165.154,36
04	skupne administrativne službe in splošne javne storitve	42.743.368,22
05	znanost in tehnološki razvoj	359.241,66
06	lokalna samouprava	184.820.286,61
07	obramba in ukrepi ob izrednih dogodkih	50.347.292,51
08	notranje zadeve in varnost	909.912,67
10	trg dela in delovni pogoji	10.833.202,38
11	kmetijstvo, gozdarstvo in ribištvo	21.929.267,86
12	pridobivanje in distribucija energetskih surovin	11.527.527,39
13	promet, prometna infrastruktura in komunikacije	290.962.458,42
14	gospodarstvo	45.164.923,29
15	varovanje okolja in naravne dediščine	369.814.261,10
16	prostorsko planiranje in stanovanjsko komunalna dejavnost	258.524.323,99
17	zdravstveno varstvo	33.722.277,64
18	kultura, šport in nevladne organizacije	223.131.235,30
19	izobraževanje	479.905.645,79
20	socialno varstvo	113.779.135,79
22	servisiranje javnega dolga	93.765.309,03
23	intervencijski programi in obveznosti	24.280.850,80

Metoda ABC nam pomaga opazovati pojav z vidika enot, ki najbolj prispevajo k pojavu in zato najbolj vplivajo na velikost celotnega pojava. V primeru občinskega proračuna tako izpostavimo področja, na katerih občine porabijo največ sredstev. Prepoznavanje najpomembnejših področij je dobra osnova za usmerjanje ukrepov za

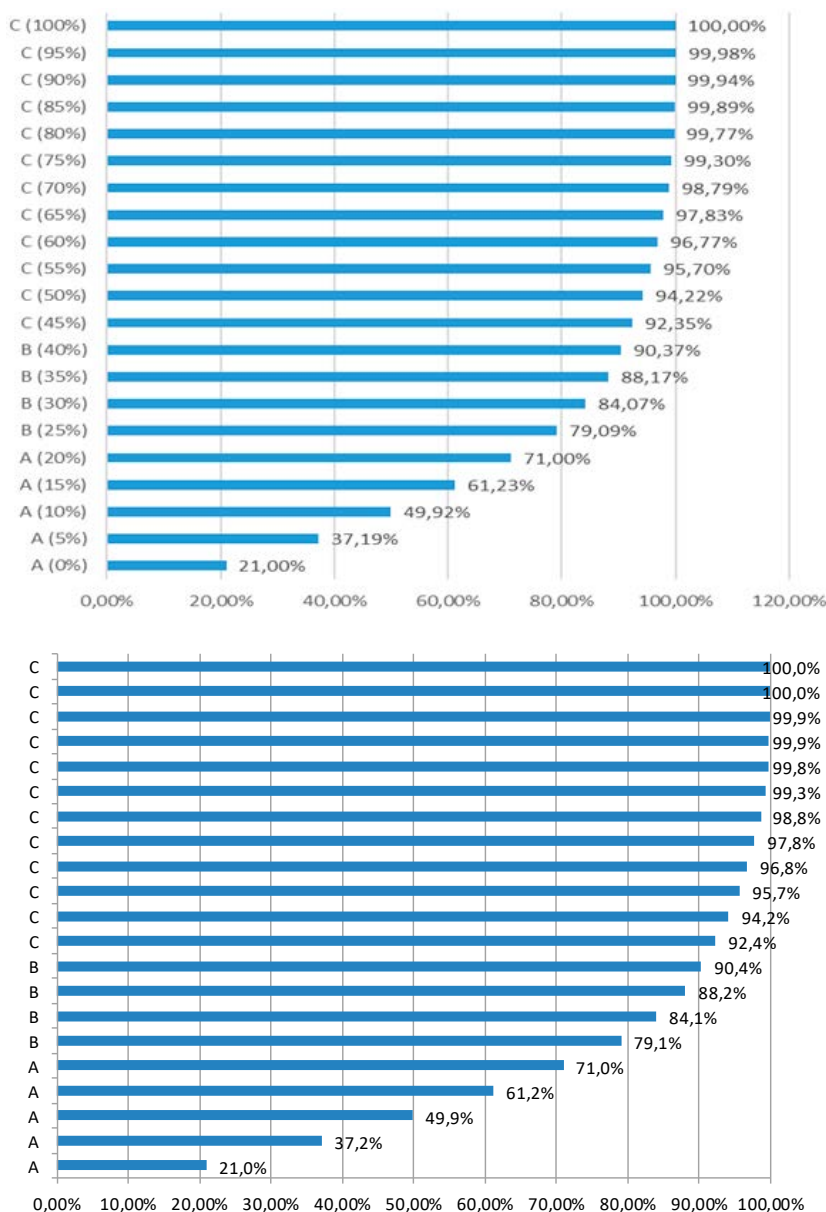
smotrno delovanje občine. Metoda podpira strateško razporejanje virov in omogoča identificiranje področij, na katerih so optimizacije najučinkovitejše.

Upošteva zgoraj navedeni postopek priprave parametrov za obravnavo pojava s pomočjo ABC-metode izračunamo parametre (delež pojava, kumulativni delež pojava in kvantilni rang), na osnovi katerih lahko nato določimo ABC-skupine (Tabela 4).

Tabela 4: Izračun za Paretovo ABC-oceno področij proračunske porabe slovenskih občin

ID	Področje proračunske porabe	Delež	Kumulativa	Kvantilni rang
19	izobraževanje	21,00%	21,00%	0,00%
15	varovanje okolja in naravne dediščine	16,18%	37,19%	5,00%
13	promet, prometna infrastruktura in komunikacije	12,73%	49,92%	10,00%
16	prostorsko planiranje in stanovanjsko komunalna dejavnost	11,31%	61,23%	15,00%
18	kultura, šport in nevladne organizacije	9,77%	71,00%	20,00%
06	lokalna samouprava	8,09%	79,09%	25,00%
20	socialno varstvo	4,98%	84,07%	30,00%
22	servisiranje javnega dolga	4,10%	88,17%	35,00%
07	obramba in ukrepi ob izrednih dogodkih	2,20%	90,37%	40,00%
14	gospodarstvo	1,98%	92,35%	45,00%
04	skupne administrativne službe in splošne javne storitve	1,87%	94,22%	50,00%
17	zdravstveno varstvo	1,48%	95,70%	55,00%
01	politični sistem	1,07%	96,77%	60,00%
23	intervencijski programi in obveznosti	1,06%	97,83%	65,00%
11	kmetijstvo, gozdarstvo in ribištvo	0,96%	98,79%	70,00%
12	pridobivanje in distribucija energetskih surovin	0,50%	99,30%	75,00%
10	trg dela in delovni pogoji	0,47%	99,77%	80,00%
02	ekonomska in fiskalna administracija	0,12%	99,89%	85,00%
03	zunanja politika in mednarodna pomoč	0,05%	99,94%	90,00%
08	notranje zadeve in varnost	0,04%	99,98%	95,00%
05	znanost in tehnološki razvoj	0,02%	100,00%	100,00%

Skupino ABC lahko določimo že s pomočjo Tabele 4, bolj nazorno pa iščemo in prikažemo rešitev v obliki grafikona. Na osi x so razvrščeni deleži vrednosti pojava, na osi y pa so oznake skupine in vrednosti kvantilnih rangov.

Grafikon 1: Kumulativna struktura modela ABC

V danem primeru so vrednosti nekoliko bolj razdrobljene kot v teoretičnem modelu, zato se moramo odločiti, koliko bomo pri postavitvi ABC-modela kršili pravilo števila enot in koliko pravilo deleža vrednosti. Navadno nekoliko kršimo obe, saj se tako najlažje približamo idealnemu Paretoevemu modelu. Če v skupino A vključimo 20 % enot (to je 4 enote), pokrijemo 71 % vrednosti proračuna. Nato lahko z naslednjimi 20 % enotami (5 enot) tvorimo skupino B in pokrijemo skupaj več kot 90 % celotne

vsote (proračunske vrednosti), tako da v skupini C ostaja 60 % enot (12 enot), ki prispevajo malo manj kot 10 % vrednosti k celotnemu proračunu.

Pet področij proračunske porabe:

- izobraževanje,
- varovanje okolja in naravne dediščine,
- promet, prometna infrastruktura in komunikacije,
- prostorsko planiranje in stanovanjsko komunalna dejavnost ter
- kultura, šport in nevladne organizacije

predstavlja več kot 70 % proračunske porabe občine. To so ključna področja, ki zahtevajo posebno pozornost pri načrtovanju in optimizaciji občinskih izdatkov.

2.7 Vprašanja za utrjevanje znanja

Vprašanja o javnih investicijskih projektih se nanašajo na dokument identifikacije investicijskega projekta, objavljen na povezavi: Regionalna razvojna agencija Mura d.o.o. (2014). Dokument identifikacije investicijskega projekta. Železna zaveza – kolesarski raj. http://www.kobilje.si/sites/default/files/datoteke/seje/gradiva/gradivo_k_1_tocki_dnevnega_reda_diip_zelezna_zavesa_kolesarski_raj_dopolnitev.pdf. Dokument je objavljen tudi v e-učilnici.

1. Analizirajte elemente opredelitve javnega investicijskega projekta.
 - a. Kaj so splošni cilji obravnavanega investicijskega projekta? Kakšne so pričakovane koristi?
 - b. Kaj je končni izdelek obravnavanega investicijskega projekta? Ali je to otipljiv ali neotipljiv izdelek?
 - c. Naštete nekaj pomembnih izdelkov projekta, med katerimi naj bosta vsaj dva otipljiva in dva neotipljiva izdelka.
 - č. Kako se financira obravnavani investicijski projekt? Kateri viri so predvideni? Kateri prinaša največji in kateri najmanjši delež?
 - d. Kako je projekt organiziran? Kaj je temeljna naloga projektne skupine?
 - e. Ali dokument obravnava cilje kakovosti in tveganja investicijskega projekta? Določite vsaj dve merili kakovosti in dve morebitni tveganji obravnavanega projekta.
 - f. Ali ima projekt določene cilje izrabe izdelka? Kako so določeni? Ali so merljivi? Določite tri merljive cilje projekta, količinsko in vrednostno.
 - g. Ali je za obravnavani projekt izračunana ekonomska upravičenost projekta? Utemeljite, kako bodo stroški projekta povrnjeni skozi neposredne in posredne koristi.
 - h. Določite najpomembnejše neposredne in posredne koristi, ocenite njihovo vrednost ter jo primerjajte z investicijskimi vlaganji.

Vprašanja o vrednotenju projektov se nanašajo na dokument investicijskega programa za projekt e-zdravje, dostopen prek povezave: Ministrstvo za zdravje Republike Slovenije. (2016). Študija izvedljivosti projekta eZdravje – predinvesticijska zasnova in investicijski program s študijo izvedbe. Investicijski program. http://mz.arhiv-spletisc.gov.si/fileadmin/mz.gov.si/pageuploads/eZdravje/predstavitev/studija/investicijski_program.pdf. Dokument je objavljen tudi v e-učilnici.

2. Analizirajte elemente vrednotenja obravnavanega javnega investicijskega projekta. Odgovore najdete v investicijskem programu investicijskega projekta e-zdravje, v 14. in 15. poglavju.
 - a. Kaj so pričakovane koristi projekta? Naštete vsaj tri in jih opredelite glede na to, ali gre za neposredne ali posredne koristi.
 - b. Katere koristi v investicijskem programu so ovrednotene in katere niso? Ocenite, katere od koristi, ki jih predstavlja investicijski program, bi lahko še ovrednotili.
 - c. Ali je vrednotenje koristi jasno podano? Ali so navedene vse potrebne količine in vrednosti koristi?
 - č. Oblikujte model naknadnega vrednotenja obravnavanega investicijskega projekta z najpomembnejšimi neposrednimi rezultati in posrednimi koristmi ter njihovimi ocenami.
 - d. Kako so ocenjena tveganja obravnavanega investicijskega projekta? Kako so klasificirana? Katere od tveganj ocenjujete kot največje in katere kot najmanjše?
 - e. Kako je izvedena analiza občutljivosti? Kaj so ključne nevarnosti neugodnih sprememb?

Vprašanja o odločanju o javnih investicijskih projektih se nanašajo na vsebino tega učbenika, in sicer na poglavja 2.4 Odločanje o javnih investicijskih projektih, 2.5 Opredelitev problema in rešitve ocenjevalnega modela, 2.6 Zgradba modela ocenjevanja javnih investicijskih projektov ter 2.7 Osnovne metode za primerjanje med enotami. Vprašanja sledijo vsebini po poglavjih.

3. Preučite splošna izhodišča odločanja o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a. Naštete vsaj tri zahteve, ki jim mora zadoščati okvir ocenjevanja javnih investicijskih projektov, in utemeljite njihov pomen.
 - b. Navedite in komentirajte vsaj tri pričakovane rezultate smotrnega odločanja o javnih investicijskih projektih.
 - c. Kaj so ključne ovire pri odločanju v investicijskih projektih v lokalnih skupnostih?

4. Preučite ključne elemente rešitve ocenjevalnega modela o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a. Kateri so koraki odločanja o javnih investicijskih projektih?
 - b. Katere so opredelitve odločitvenega problema, ki določajo okvir rešitve obravnavanega problema?
 - c. Kateri so koraki procesa odločanja o investicijskih projektih? Utemeljite njihov pomen.
5. Preučite zgradbo modela ocenjevanja o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a. Kateri so koraki modela rešitve odločanja o javnih investicijskih projektih?
 - b. Kako poteka proces ocenjevanja alternativ in variant?
 - c. Kako je zgrajeno drevo modela večkriterijskega ocenjevanja? Katere vidike investicijskega projekta upošteva?
6. Premislite o posebnostih osnovnih metod za primerjanje med enotami in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a. Kaj omogoča metoda skupnega ranga? Kaj so njene prednosti? Kaj so njene pomanjkljivosti?
 - b. Kako pripravimo podatke v tabeli za uporabo metode skupnega ranga? Kaj postavimo v vrstice, kaj v stolpce?
 - c. Kaj je skupni rang? Kako ga izračunamo?
 - č. Kako poteka komentiranje rezultatov? S čim si še pomagamo?
 - d. Kako se od metode skupnega ranga razlikuje metoda analize doseganja ciljev? V čem sta si enaki? Katera je primernejša? Zakaj?
 - e. Kako pripravimo podatke v tabeli za uporabo metode skupnega ranga? Kaj postavimo v vrstice, kaj v stolpce?
 - f. Kako izračunamo skupno oceno doseganja ciljev?
 - g. Kako poteka komentiranje rezultatov? S čim si še pomagamo?
 - h. Kaj je cilj Paretove ABC-analize?
 - i. Kakšen je postopek izvedbe ABC-analize? Kateri so koraki analize? Kaj je rezultat?
 - j. V tabeli na naslednji strani določite enote v skupinah A, B in C.

Vzrok	Število nesreč	Kumulative	Relativne kumulative	Padajoči kvantilni rangi	ABC
premiki z vozilom	2.857	2.857	24,5 %	9,1 %	
neprilagojena hitrost	1.986	4.843	41,6 %	18,2 %	
neppravilna stran / smer vožnje	1.880	6.723	57,7 %	27,3 %	
neupoštevanje pravil o prednosti	1.722	8.445	72,5 %	36,4 %	
ostalo	1.429	9.874	84,8 %	45,5 %	
neustrezna varnostna razdalja	1.289	11.163	95,9 %	54,5 %	
neppravilno prehitovanje	287	11.450	98,3 %	63,6 %	
neppravilnosti na tovoru	74	11.524	99,0 %	72,7 %	
neppravilnosti pešca	58	11.582	99,5 %	81,8 %	
neppravilnosti na cesti	41	11.623	99,8 %	90,9 %	
neppravilnosti na vozilu	22	11.645	100,0 %	100,0 %	

7. Svojo rešitev komentirajte. Na katere vrste nesreč bi se morali osredotočiti pri načrtovanju zmanjšanja števila nesreč? Katero vrsto nesreč bi izpostavili kot pomembno med manj zastopanimi (skupina C). Zakaj?

2.8 Povzetek vsebine

Poglavje obravnava vrednotenje in ocenjevanje javnih investicijskih projektov kot ključen element odgovornega upravljanja javnih sredstev. Vrednotenje umešča v širši okvir načrtovanja, izvajanja in spremljanja investicij ter izpostavi posebnosti javnih projektov v primerjavi z zasebnimi. Rezultati javnih naložb so prikazani skozi neposredne izide, kratkoročne, srednjeročne in dolgoročne družbene vplive, kar utemeljuje potrebo po celovitem pristopu, ki poleg finančnih zajema tudi kakovost, dostopnost, učinkovitost in širše družbene koristi.

Poglavje nadalje analizira odločanje o javnih investicijah v razmerah omejenih virov in številnih deležnikov. Opozarja na pomanjkljivosti obstoječih praks, zlasti na lokalni ravni, kjer so pogosti nejasni postopki, subjektivnost in nezadostno upoštevanje strokovnih argumentov. Na tej podlagi opredeli problem izbire optimalnega nabora projektov ter poudari pomen strukturiranega, transparentnega in ponovljivega postopka z jasnimi kriteriji, dokumentiranjem odločitev ter usklajevanjem med odločevalci.

Sklepni del poglavja predstavi večkriterijski model za podporo ocenjevanju in odločanju, zasnovan kot ocenjevalno drevo z določenimi koraki, vlogami ocenjevalcev in kriteriji. Model omogoča pregledno združevanje strokovnih in deležniških ocen ter zagotavlja sledljivost odločanja. Dopolnjujejo ga tri metode primerjanja med eno-

tami javnega sektorja: metoda skupnega ranga, analiza doseganja ciljev in Pareto-va ABC-analiza. Omenjene metode so praktična orodja za razvrščanje in določanje prednosti pri razporejanju javnih virov.

2.9 Literatura in viri

- Ministrstvo za zdravje Republike Slovenije. (2016). Študija izvedljivosti projekta ezdravje – predinvesticijska zasnova in investicijski program s študijo izvedbe. Investicijski program. http://mz.arhiv-spletisc.gov.si/fileadmin/mz.gov.si/pageuploads/eZdravje/predstavitev/studija/investicijski_program.pdf
- Regionalna razvojna agencija Mura d.o.o. (2014). Dokument identifikacije investicijskega projekta. Železna zaveza – kolesarski raj. http://www.kobilje.si/sites/default/files/datoteke/seje/gradiva/gradivo_k_1_tocki_dnevnega_reda_diip_zelezna_zavesa_kolesarski_raj_dopolnitev.pdf
- Taliercio, R., in Estrada, E. A. (2020). Best practices in project appraisal and selection. V G. Schwartz, M. Fouad, T. S. Hansen in G. Verdier (ur.), Well spent: How strong infrastructure governance can end waste in public investment (poglavje 13). International Monetary Fund. <https://doi.org/10.5089/9781513511818.071>

3

OBREŠTNOOBREŠTNI RAČUN IN RENTNO VARČEVANJE

Poznavanje pojmov in znanje računanja rezultatov osnovnih finančnih poslov je del splošne izobrazbe in je uporabno tako v zasebnem kot tudi poklicnem življenju. Dobro obvladovanje osebnih financ je velik izziv za vsakogar od nas, še zlasti pa za mlade, ki stopate na samostojno pot. Napačne odločitve pri načinu financiranja vzpostavljanja življenjskega okolja in/ali izbiri načina varčevanja oziroma investiranja imajo lahko dolgoročne finančne posledice. Podobno velja seveda tudi v poslovnem okolju, zato je razumevanje financ in zmožnost njihovega obvladovanja ena od ključnih kompetenc tako v poslovnem kot tudi zasebnem okolju.

Učni cilji poglavja so spoznavanje finančnih storitev, oblikovanje zavedanja pomena obvladovanja odgovornega finančnega poslovanja ter razumevanje in zmožnost analize osnovnih finančnih poslov. Poglavje vsebuje tri podpoglavja, ki obravnavajo vrste in naravo finančnih storitev, obrestnoobrestni račun in rentno varčevanje. Prvo med njimi je pregled predvsem bančnih storitev in utemeljitev pomena ustreznega ravnanja z denarjem. Nato sledi poglavje o osnovah obrestnega in obrestnoobrestnega računa. Poglavje zaključuje razprava o rentnem varčevanju in amortizacijskem računu.

3.1 Vrste in narava finančnih storitev

Finančni poslovni sektor je eden najpomembnejših poslovnih sektorjev. Poleg tega so z njimi pogosto povezana velika tveganja, ki občasno pripeljejo do finančnih in gospodarskih kriz. Javni sektor je močno vpet v finančni sektor, poleg tega pa politika in zakonodajalec nosijo veliko odgovornost zagotavljanja nadzora in preprečevanja slabih praks, katerih posledica je oškodovanje vseh državljanov. V nadaljevanju poglavja sledi pregled organizacij in storitev finančnega sektorja.

3.1.1 Organizacija finančnega sektorja

Finančni sektor sestavljajo tri skupine institucij: banke in hranilnice, zavarovalnice in finančne družbe, ki jih nadzirajo Banka Slovenije, Agencija za zavarovalni nadzor in Agencija za trg vrednostnih papirjev.

Nadzornik bančnega sistema je centralna banka, v Sloveniji je to Banka Slovenije, na ravni EU pa Evropska centralna banka. Delovanje Banke Slovenije temelji na Zakonu o banki Slovenije (ZBS, Uradni list RS, št. 72/06, 59/11 in 55/17), v katerem so navedeni trije cilji delovanja Banke Slovenije:

1. stabilnost cen;
2. podpora ekonomski politiki EU, če ni v nasprotju s ciljem stabilnosti cen;
3. prizadevanje za finančno stabilnost ob upoštevanju načel tržnega gospodarstva.

Pri tem izvaja predvsem naslednje naloge:

- oblikovanje in izvajanje denarne politike;
- nadzor nad bančnim sistemom;
- urejanje plačilnih sistemov;
- zagotavljanje likvidnosti bančnega sistema;
- sodelovanje na deviznih in finančnih trgih.

Sicer pa Banka Slovenije nadzoruje trgovanje na denarnem trgu, ki obsega trgovanje s kratkoročnimi dolžniškimi vrednostnimi papirji, začasni nakup in prodajo vrednostnih papirjev in trgovanje z izvedenimi finančnimi instrumenti. V tem okviru lahko določi pravila trgovanja na denarnem trgu, v katerih določi pravila za trgovanje, za poravnavo sklenjenih poslov in pravila za izračun in objavo podatkov o sklenjenih poslih.

Bančni sistem je hrbtenica finančnega sektorja. Banke in hranilnice izvajajo naslednje storitve oziroma produkte:

- plačilni promet – vodenje osebnih in poslovnih računov, izvajanje domačih in mednarodnih plačil;
- kreditiranje – potrošniški krediti, hipotekarni krediti, poslovni krediti;
- varčevalni in depozitni produkti – vezane vloge, varčevalni računi;
- plačilne kartice – debetne, kreditne, predplačniške kartice;
- naložbene storitve – prodaja enot vzajemnih skladov, varčevalno-naložbena zavarovanja;
- elektronske storitve – spletno in mobilno bančništvo.

Nadzornik na področju zavarovalništva je Agencija za zavarovalni nadzor, ki izvaja nadzor nad zavarovalnicami, pozavarovalnicami in zavarovalnimi posredniki. Pri tem zasleduje naslednje naloge po Zakonu o zavarovalništvu (ZZavar, Uradni list RS, št. 93/15, 9/19, 102/20, 48/23, 84/24 in 77/25):

- izdaja dovoljenj za opravljanje zavarovalnih poslov;
- nadzor nad solventnostjo in finančnim položajem zavarovalnic;
- spremljanje upravljanja tveganj in skladnosti poslovanja;
- izvajanje ukrepov v primeru kršitev (na primer odvzem dovoljenja, sankcije);

- varstvo potrošnikov (nadzor nad informiranjem in prodajo zavarovalnih produktov).

Storitve oziroma produkti zavarovalnic so:

- klasična zavarovanja: življenjska, premoženjska, avtomobilska in zdravstvena;
- naložbena življenjska zavarovanja: kombinacija zavarovanja in investiranja;
- varčevalna zavarovanja: življenjsko zavarovanje z varčevalno komponento;
- pokojninska zavarovanja: prostovoljno dodatno pokojninsko zavarovanje;
- rentna zavarovanja: izplačevanje rente v določenem obdobju;
- zavarovanja za podjetja: odgovornost, premoženje, kolektivna zavarovanja.

Agencija za trg vrednostnih papirjev izvaja nadzor nad investicijskimi družbami, družbami za upravljanje, borznimi posredniki in trgom vrednostnih papirjev. Njene naloge po Zakonu o trgu finančnih instrumentov (ZTFI, Uradni list RS, št. 77/18, 17/19, 66/19, 123/21, 45/24 in 77/25) so:

- nadzor nad trgovanjem z vrednostnimi papirji;
- izdaja dovoljenj za opravljanje investicijskih storitev;
- zagotavljanje transparentnosti trga;
- varstvo vlagateljev.

Ključne storitve oziroma produkti finančnih družb so:

- upravljanje naložb: portfelji, individualno upravljanje premoženja;
- vzajemni skladi: trženje in upravljanje skladov;
- naložbeno varčevanje: dolgoročni varčevalni produkti z investicijsko komponento;
- investicijsko svetovanje: optimizacija portfeljev, finančno načrtovanje;
- nepremičninske naložbe: upravljanje in trženje nepremičninskih skladov;
- kapitalski trgi: posredovanje pri nakupu/prodaji vrednostnih papirjev.

Če povzamemo, lahko ugotovimo, da osnovne bančne storitve, povezane s finančnim poslovanjem, izvajajo samo banke in hranilnice, zavarovanja samo zavarovalnice, z upravljanjem z naložbami in nepremičninami pa se ukvarjajo tako banke kot tudi zavarovalnice in predvsem finančne družbe. Pri tem pa tako banke kot tudi finančne družbe v sodelovanju z zavarovalnicami tržijo tudi zavarovanja, naložbena varčevanja na podlagi skladov pa so predmet poslovanja vseh treh skupin finančnih organizacij.

3.1.2 Denarni tokovi

Brezgotovinsko poslovanje poteka prek komercialnih bank in hranilnic. Za brezgotovinsko poslovanje moramo pri izbrani komercialni banki odpreti transakcijski račun, na katerega prejemamo nakazila in s katerega plačujemo račune ali dvigujemo

gotovino. Pri tem se vse bolj uveljavlja spletno bančništvo, pri katerem komitent sam izvaja plačila s svojega transakcijskega računa.

S transakcijskimi računi so povezane različne kartice. Debetne kartice so namenjene dvigom gotovine ali plačilu računov s takojšnjim plačilom. Transakcija je izvedljiva le, če imamo na računu dovolj sredstev. S kreditnimi karticami lahko plačujemo račune skoraj povsod, pri čemer pa moramo zagotoviti sredstva za poravnavo porabljenih sredstev šele na dan obračuna plačilnega prometa za preteklo obdobje (obračunski mesec). Pri tem smo omejeni z mesečnim limitom prometa, za katerega se dogovorimo z banko.

Vse vrste transakcij, razen neposredne storitve v banki, prinašajo tveganja. Tako se pojavljajo goljufije v zvezi z dvigovanjem gotovine na bankomatih, s spletnim bančništvom ter debetnimi in kreditnimi karticami. Tveganje je še zlasti veliko pri plačevanju s kreditnimi karticami na internetu, zato se uveljavljajo predplačniške kartice, ki jih napolnimo posebej za določen namen in jih potem uporabimo tudi v bolj tveganih okoliščinah, saj nam goljufi ne morejo škodovati, tudi če ukradejo podatke o kartici. Vsekakor pa je osnovno pravilo varnosti, da poslujemo samo z zaupanja vrednimi poslovnimi partnerji, ki zagotavljajo primerno varnost finančnega poslovanja.

3.1.3 Varčevanje in investiranje

Pomemben vidik osebnih, gospodarskih in javnih financ je varčevanje oziroma vlaganje finančnih sredstev. Cilji varčevanja so lahko različni, vsekakor pa privarčevana sredstva varčevalcu zagotavljajo varnost. Na osnovi privarčevanih sredstev si lahko izboljšamo življenjske razmere, so pa tudi varnostna rezerva za primer nezaželenih dogodkov.

Odnos do varčevanja oziroma investiranja je v različnih poslovnih in gospodarskih okoliščinah različen, vsekakor pa je dolgoročni razvoj mogoč le ob ustreznem odnosu do varčevanja. Finančni sektor je razvil številne varčevalne produkte, ki jih lahko razvrstimo v denarne posle in posle na osnovi vrednostnih papirjev.

V osnovi denarno varčujemo tako, da vlagamo denar in ob koncu varčevanja dobimo izplačano vloženo glavnico, povečano za določen znesek. Sredstva lahko vložimo z enkratnim pologom, lahko vplačujemo v določenem obdobju brez posebnega načrta, takrat ko lahko, ali pa vplačujemo daljši čas enake zneske. Ob koncu varčevanja lahko sledi enkratno izplačilo ali izplačevanje v daljšem času z enakimi periodičnimi izplačili (rentami). Korist varčevanja je v tem primeru odvisna od obrestne mere. Pridobljena korist je v celoti vezana na obresti.

Varčevanje je lahko osnovano tudi na investiranju. V tem primeru komitent vplača glavnico, s katero finančna institucija kupuje vrednostne papirje. Drugi elementi posla so podobni kot pri denarnem varčevanju, le model pridobivanja koristi je druga-

čen, saj temelji na dividendah za vrednostne papirje in rasti vrednosti instrumentov. Za varčevanje posameznikov finančne institucije oblikujejo različne naložbene sklade, v katere vključijo različne vrednostne papirje in tako oblikujejo sklade z različnimi stopnjami tveganja in različnimi pričakovanimi donosi. V obdobju rasti vrednosti papirji prinašajo večje donose kot denarno varčevanje, je pa po drugi strani tak način varčevanja bolj tvegan, saj ne jamči povračila vrednosti osnovne glavnice. To pomeni, da bi zaradi padca cen vrednostnih papirjev varčevalec ob koncu obdobja prejel nižjo končno glavnico od vplačane.

3.1.4 Zadolževanje in financiranje

Ena od ključnih storitev finančnih institucij je izposojanje oziroma financiranje poslovanja. Denar si lahko izposojamo za osebno sprotno potrošnjo, za nakup osebnih trajnih dobrin, kot sredstva za nakup surovin za proizvodnjo ali kot investicijska sredstva. Vsako izposojanje mora biti dobro premišljeno, zlasti zadolževanje za daljši čas. Pri odločitvah moramo biti povsem prepričani, da bomo lahko izposojena sredstva tudi vrnil. Zadolževanje za potrošnjo je še zlasti potrebno razmisleka. Pomembno je, da gre za čim bolj kratkoročno zadolževanje. Ne smemo si zapreti možnosti dolgoročnega zadolževanja za trajne dobrine, praviloma nepremičnine. Podobno velja za gospodarski in javni sektor, ko mora biti dolжник previden in imeti dober načrt za izkoristek pridobljenih finančnih sredstev.

Zadolževanje za nakup trajnih dobrin je navadno zavarovano s hipoteko, kar pomeni, da v času trajanja odplačevanja kreditojemalec nepremičnine ne more prodati oziroma za to potrebuje soglasje kreditodajalca. Dokler je trg nepremičnin stabilen in likviden, sta obe strani varni, saj je nepremičnina ustrezno jamstvo za kredit in omogoča ustrezne rešitve v primeru finančnih težav kreditojemalca. Če se v času krize vrednost nepremičnin zniža, pa se lahko zgodi, da kredit nima več dovolj velikega kritja in v primeru finančnih težav kreditojemalca pride do težav z odplačevanjem. Tako da ni dovolj, da smo pri kreditnih poslih previdni samo v okviru danih okoliščin, temveč moramo premisliti tudi o morebitnih tržnih tveganjih.

Pri zadolževanju moramo biti še zlasti previdni v javnem sektorju, saj lahko v določenih kriznih obdobjih celo ogrozimo obstoj skupnosti. Države, regije in lokalne skupnosti se srečujejo s projekti, ki jih ne morejo financirati v okviru posameznega letnega proračuna. V takih primerih se odločajo za zadolževanje. Tako lahko zelo izboljšajo blaginjo ali konkurenčnost skupnosti, če so le pri zadolževanju dovolj zmerni in z njim ne ogrožajo rednega delovanja skupnosti.

Kreditni posli so načeloma posli, v katerih kreditojemalec pridobi glavnico (kredit) na osnovi zaveze, da bo v določenem obdobju redno odplačeval glavnico in pripadajoče obresti. Pridobljeno glavnico lahko uporabi za nakup ali investiranje, pri tem pa

on sam postane tudi lastnik kupljenih predmetov ali nepremičnin. Kreditni posli so zavarovani na različne načine, pri čemer hipoteka za čas trajanja odplačevanja omejuje razpolaganje kreditojemalca z nepremičnino.

Poseben način zadolževanja je leasing. Osnovno pravilo je, da leasingodajalec ostaja lastnik predmeta leasinga in je leasingojemalec najemnik tega predmeta, dokler se pogodba ne izteče. Leasing se lahko sklene z namenom odkupa predmeta po preteku pogodbe (finančni leasing) ali z namenom najema za dogovorjeni čas brez končnega odkupa (operativni leasing). Operativni leasing je značilen za podjetja, ki tako ne vežejo kapitala v nakup opreme ali nepremičnin, temveč se raje prožno prilagajajo potrebam z najemom opreme ali/in nepremičnin. To je še zlasti pomembno v dinamičnih poslovnih sektorjih, v katerih se potrebe (povečanje zmanjšanje) pogosto spreminjajo.

3.1.5 Stroški finančnih storitev

Finančne storitve prinašajo prihodek finančnih institucij in so strošek komitentov. Komercialne banke ali hranilnice zaračunavajo stroške za uporabo in vodenje transakcijskih računov, kartičnih kreditnih računov in drugih računov. Prav tako zaračunajo opravljene transakcije na računih, pri čemer so plačniki stroškov transakcij na transakcijskih računih tisti, ki plačujejo (transakcijski računi). Plačniki stroškov transakcij kreditnih kartic pa so prejemniki plačil. Poleg tega so podvržene plačilu vse posamezne storitve sklepanja varčevalnih, kreditnih in zavarovalnih poslov.

Kapitalski del stroškov oziroma prihodkov je vezan na lastništvo kapitala (glavnice). Lastniku kapitala pripada nadomestilo za uporabo, to so obresti. Obresti na prejete glavnice kreditov plačujejo kreditojemalci finančnim institucijam, obresti na depozite ali sredstva na transakcijskih oziroma varčevalnih računih pa finančna institucija svojim komitentom.

Stroški v poslih z vrednostnimi papirji so podvrženi podobnim pravilom. Le da ni zagotovljenih donosov, temveč so odvisni od delovanja delniških družb in delovanja trga vrednostnih papirjev. Vir donosov je rast vrednosti vrednostnih papirjev ali izplačevanje dividend lastnikom delnic.

3.1.6 Pregled osnovnih pojmov finančnega poslovanja

Preden preidemo na obravnavo posameznih postopkov izračunov, preglejmo osnovne pojme, s katerimi se bomo srečevali v nadaljevanju obravnave tematike.

Glavnica je denarni znesek (finančna sredstva), ki ga posodimo ali pa si ga izposodimo v določenem trenutku za določeno obdobje. Glavnico označimo s črko G, ki ji dodajamo indekse glede na to, na kateri trenutek se nanaša.

Obresti so nadomestilo (cena) za uporabo glavnice (kapitala) v dogovorjenem obdobju.

Obrestna mera so v relativni obliki izražene obresti, torej nadomestilo (cena) za uporabo finančnih sredstev. Obrestna mera je lahko dekurzivna ali pa anticipativna.

Čas obrestovanja je obdobje, za katerega se obračunavajo obresti.

Kapitalizacijska doba je čas med dvema zaporednima pripisoma obresti.

Kapitalizacija je način pripisovanja obresti v obračunski dobi in pove, kolikokrat v obračunskem obdobju se pripišejo obresti.

Kredit ali kreditno razmerje je pravno razmerje med kreditodajalcem in kreditjemalcem.

Kreditodajalec je fizična ali pravna oseba, ki odobri kredit fizični ali pravni osebi, ki je zanj zaprosila.

Kreditojemalec je fizična ali pravna oseba, ki prejme kredit od fizične ali pravne osebe, ki je kredit odobrila.

Dekurzivno in anticipativno obrestovanje sta postopka obračunavanja obresti. Pri dekurzivnem obrestovanju obračunamo obresti po preteku nekega obdobja. Dekurzivno obrestovanje je način pripisa obresti po pretečenem obdobju, to je pripis obresti za nazaj. Obračunane obresti imenujemo dekurzivne obresti, obrestno mero pa dekurzivna obrestna mera. Pri anticipativnem obrestovanju obračunamo obresti pred obrestovalnim obdobjem, za njihovo vrednost pa se zmanjša glavnica. Anticipativno obrestovanje je postopek obračunavanja obresti vnaprej, to je na začetku obrestovanega obdobja. Pri tem na začetku obrestovanega obdobja od glavnice, ki dospe na koncu obrestovanega obdobja, odštejemo obresti (anticipativne obresti). Anticipativno obrestovanje je smiselno predvsem pri poslih z brezkuponskimi obveznicami. Dekurzivno obrestno mero običajno označujemo s p , anticipativno obrestno mero pa označujemo s π .

Obveznice so vrednostni papirji, ki imetniku obljublajo določen donos. Običajno imamo opraviti s kuponsko obveznico. Ta ima več kuponov, vsak kupon pa imetniku ob dospelju prinaša donos v obliki obresti.

Donos je absolutni denarni znesek dobička od vrednostnih papirjev (obresti).

Donosnost je donos, izražen v relativni obliki (obrestna mera).

Dospetje označuje trenutek, ko je treba plačati obveznost. Pojem je v financah ekvivalenten pojmu zapadlost. Če nam banka danes odobri posojilo za eno leto, potem to posojilo zapade čez eno leto. To pomeni, da moramo čez eno leto banki vrniti posojeni znesek s pripadajočimi obrestmi.

Prenumerando zneski dospevajo na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja.

Postnumerando zneski dospevajo na koncu posameznega kapitalizacijskega obdobja.

3.2 Obrestnoobrestni račun

Poglavje obsega dve temi, in sicer navadni obrestni račun ter obrestnoobrestni račun. Pojme predstavljamo klasično, z izpeljavo osnovnih formul, saj lahko samo tako razumemo bistvo vsakega od finančnih poslov, ki jih obravnavamo. Sicer pa se izračuni delajo s pomočjo računalniških programov. Za osebno rabo so dovolj zmogljivi splošni programi za obdelavo preglednic.

3.2.1 Navadni obrestni račun

Navadni obrestni račun je namenjen izračunu obresti na osnovi znane obrestne mere. Uporabljamo ga za izračun obresti znotraj kapitalizacijskih obdobj. Izračunamo znesek obresti in ga ne pripisujemo h glavnici. Nazoren primer je obračun obresti na transakcijskih računih, pri katerem banka za vsa stanja v okviru meseca obračuna obresti, ki se nato ob koncu meseca pripišejo k glavnici.

Pri tem gre za preprost postopek sklepnega računa:

$$o = G_0 \cdot \frac{p}{100}$$

Znesek obresti o je odvisen od velikosti glavnice G_0 in obrestne mere p . Obrestna mera p je navadno podana kot letna obrestna mera, zato je treba obresti za krajša obdobja relativno preračunati. Verjamemo, da lahko brez posebno podrobne razlage zapišemo formuli za relativni izračun obresti na osnovi izračuna po dnevih ali mesecih:

$$o_d = G_0 \cdot \frac{p \cdot d}{100 \cdot 365}$$

$$o_m = G_0 \cdot \frac{p \cdot m}{100 \cdot 12}$$

Pri čemer so od obresti, računane po dnevih, d število dni obrestovanja (v prestopnih letih upoštevamo dejansko število dni 366), o_m obresti, računane mesečno, m pa število mesecev obrestovanja. Tak način izračuna izpodletnih obresti imenujemo relativno izpodletno obrestovanje.

3.2.2 Obrestnoobrestni račun

Kot smo videli, je navadni obrestni račun namenjen obračunu obresti v okviru posameznega kapitalizacijskega obdobja. Te obresti, ki jih lahko računamo sproti ali ob koncu kapitalizacijskega obdobja, vedno prištejemo glavnici šele ob koncu kapitalizacijskega obdobja. Tako dosežemo, da se obresti iz prejšnjega kapitalizacijskega obdobja v naslednjem obdobju obrestujejo.

Obrestnoobrestni račun pomeni obravnavo finančnih poslov prek več zaporednih kapitalizacijskih obdobj, pri čemer predpostavljamo, da se v obravnavanem obdobju obrestna mera ne spreminja in da se glavnica spreminja samo zaradi pripisanih obresti. Izračun obresti pri teh pogojih bi za zaporedna kapitalizacijska obdobja potekal na naslednji način:

$$o_1 = G_0 \cdot \frac{p}{100}; G_1 = G_0 + o_1 = G_0 + G_0 \cdot \frac{p}{100} = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$o_2 = G_1 \cdot \frac{p}{100}; G_2 = G_1 + o_2 = G_1 + G_1 \cdot \frac{p}{100} = G_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Če namesto izraza $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ vpeljemo obrestovalni faktor r , $r = 1 + \frac{p}{100}$, lahko zapišemo:

$$G_1 = G_0 \cdot r$$

$$G_2 = G_1 \cdot r = G_0 \cdot r \cdot r = G_0 \cdot r^2$$

Od tukaj do splošne formule obrestnoobrestnega računa je le še korak:

$$G_n = G_0 r^n$$

Pri tem je p letna obrestna mera, G_0 začetna glavnica, G_i glavnica ob koncu kapitalizacijskega obdobja i , o_i obresti ob koncu kapitalizacijskega obdobja i in n število kapitalizacijskih obdobj posla, ki ga obravnavamo.

Tako smo glavnico nadobrestili za n kapitalizacijskih obdobj. Tako smo vrednost glavnice predstavili za n obdobj v prihodnost. Izračunali smo prihodnjo vrednost glavnice. Kadar pa želimo izvedeti, kakšna začetna glavnica G_0 je ob danem letnem obrestovalnem faktorju r pripeljala do končne glavnice G_n , moramo končno glavnico razobrestiti, diskontirati. Na to vprašanje odgovorimo tako, da uporabimo formulo za diskontiranje:

$$G_0 = \frac{G_n}{r^n}$$

Tako izračunamo sedanjost vrednost glavnice. Metoda diskontiranja je tudi osnovno orodje vrednotenja investicij, kar obravnavamo v naslednjem poglavju.

Obrestnoobrestni račun jedro izračuna varčevalnih depozitov z enkratnim izplačilom na koncu obrestovalnega obdobja ali posojil z enkratnim vračilom prav tako na koncu obrestovalnega obdobja. V obeh primerih se posel začne z začetno glavnico, ki jo potem nadobrestimo in izplačamo. Kot rezultat varčevanja z depozitom se znesek

izplača komitentu banke, kot rezultat kreditne pogodbe pa se izvede enkratno vračilo komitenta banki.

3.3 Rentni in amortizacijski račun

Renta je v splošnem vsakršno plačilo za začasno uporabo dobrin, storitev ali lastnine. Plačila so periodična, navadno mesečna. V finančnem smislu ločimo rentno varčevanje in rentno izplačevanje.

Pri rentnem varčevanju se komitent finančne ustanove zaveže, da bo za določeno obdobje plačeval periodično (navadno mesečno) dogovorjeni znesek in s tem polnil varčevalno glavnico. Gre za varčevalni odnos, ne za najemni odnos in je ta vrsta varčevanja poimenovana tako zato, ker gre za periodično vlaganje z enakimi zneski.

Rentno izplačevanje pa ima naravo rente kot nadomestila za najem ali posojilo dobrin ali lastnine. V tem primeru rentnik nakaže (posodi) glavnico finančni ustanovi, ki mu kot nadomestilo izplačuje dogovorjene enake periodične, navadno mesečne zneske. Rentno varčevanje in rentno izplačevanje sta pogosto povezana. Najpogostejši primer takega posla je varčevanje za starost, pri katerem posameznik v času delovne dobe redno plačuje določen znesek finančnemu skladu in nato po upokojitvi periodično, navadno mesečno, prejema dogovorjene zneske izplačil.

Če zamenjamo vloži komitenta in finančne ustanove, se rentno izplačevanje izkaže kot kreditni posel (kreditiranje), ki ga obravnavamo v okviru amortizacijskega računa. V tem primeru prejme komitent glavnico (kredit), za katero potem plačuje enake periodične zneske finančni instituciji.

Razumevanje pojmov in znanje izračuna različnih finančnih poslov je pomembno tako za osebno rabo kot tudi za profesionalno kariero. Pri tem so kompetence upravljanja s financami v javnem sektorju še pomembnejše kot v zasebnem sektorju, saj so sicer javne storitve in projekti lahko podvrženi manipulacijam, ki povzročajo nesmotrno porabo proračunskih sredstev.

3.3.1 Izpodletno konformno obrestovanje

V poglavju o navadnem obrestnem računu smo se srečali z relativnim izpodletnim obrestovanjem, kjer računamo izpodletne obresti tako, da upoštevamo, kolikšen delež leta predstavlja obračunsko obdobje. Pri tem formulo prilagodimo glede na to, ali imamo za časovne enote dneve ali mesece.

Konformna izpodletna kapitalizacija izhaja iz obrestnoobrestnega izračuna in je pre-račun obrestovalnega faktorja:

$$r_m = \sqrt[12]{r}$$

Preračun na mesečni obrestovalni faktor je potreben vsakič, ko imamo opraviti z mesečno kapitalizacijo. Vrsto obrestovalnega faktorja moramo izbrati glede na vrsto kapitalizacije. Včasih naletimo tudi na druge kapitalizacije (četrtno, poletno). Tedaj formulo za izračun ustrezno prilagodimo tako, da korenimo s številom kapitalizacij, ki jih moramo opraviti v enem letu.

3.3.2 Rentno varčevanje

Pri rentnem varčevanju gre za odnos med komitentom in finančno ustanovo, v katerem se komitent zaveže, da bo za dogovorjeno obdobje varčeval z enakimi periodičnimi plačili. Finančna ustanova pa se zaveže, da bo po koncu obdobja privarčevano glavnico izplačala v enkratnem znesku ali pa jo upošteva kot začetno glavnico rentnega izplačevanja.

Preden nadaljujemo razpravo, opredelimo pojma prenumerando in postnumerando vplačil oziroma izplačil. Pojma se nanašata na kapitalizacijsko obdobje:

- pri rentnem varčevanju je naravno, da štejemo, da se je posel začel takrat, ko vplačamo prvi znesek, zato je rentno varčevanje po naravi prenumerando posel. Vplačila se zgodijo na začetku kapitalizacijskih obdobj;
- pri kreditnih poslih ob začetku posla kreditojemalec prejme glavnico kredita. Prvi periodični znesek vračila (anuiteto) pa plača ob koncu prvega kapitalizacijskega obdobja, saj bi plačilo ob začetku prvega kapitalizacijskega obdobja pomenilo pravzaprav zmanjšanje zneska kredita. Kreditni posel je zato po naravi postnumerando posel. Vračila se tako zgodijo ob koncu kapitalizacijskih obdobj;
- pri rentnem izplačevanju pa je lahko prvo izplačilo postavljeno na začetek posla (prenumerando), izplačila dospejo na začetku kapitalizacijskih obdobj. Posel pa je lahko dogovorjen tudi kot postnumerando. Plačila dospejo na koncu kapitalizacijskih obdobj.

Rentno varčevanje je niz rednih periodičnih prenumerando vplačil. Glavnico pri rentnem varčevanju in izplačevanju označimo z S , kar je matematična oznaka za vsoto geometrične vrste. Periodična vplačila komitenta imajo oznako a , število obdobj pa označimo z n . Obrestovalni faktor r upoštevamo preračunanega glede na periodo oziroma kapitalizacijo. Če je kapitalizacijsko obdobje mesec, potem moramo uporabiti mesečni obrestovalni faktor. Ob omenjenih izhodiščih lahko posel zapišemo v obliki:

$$S_n = a \cdot r^n + a \cdot r^{n-1} + a \cdot r^{n-2} + \dots + a \cdot r^2 + a \cdot r$$

Izraz pomeni, da je končna glavnica vsota na konec zadnjega kapitalizacijskega obdobja nadobrestenih vplačil. Prvo vplačilo se obrestuje n -krat, zadnje pa enkrat. Razmislite o prenumerando principu. Če zapisani izraz preuredimo, dobimo:

$$S_n = a \cdot r \cdot (r^{n-1} + r^{n-2} + \dots + r + 1)$$

Če pobrskamo po spominu, bomo hitro ugotovili, da je izraz v oklepaju prav geometrična vsota, zato lahko celoten oklepaj nadomestimo z ustreznim ulomkom, ki predstavlja vsoto geometrične vrste in tako dobimo:

$$S_n = a \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Tako smo prišli do izračuna vrednosti končne glavnice rentnega varčevanja S_n za obdobje n periodami, s periodičnimi zneski a in obrestovalnim faktorjem r . V Excelu v ta namen uporabimo finančno funkcijo prihodnja vrednost (FV – *future value*), ki je namenjena izračunu prihodnje vrednosti glavnice.

Če bi radi izvedeli, kolikšna bi bila višina vplačil, če bi želeli v n obdobjih pri obrestovalnem faktorju r privarčevati končno glavnico S_n , bi uporabili formulo:

$$a = \frac{S_n}{r} \cdot \frac{r - 1}{r^n - 1}$$

V Excelu to vprašanje zajema funkcija izplačilo (PMT – *payment*), ki obravnava višino vplačil v periodičnih obrokih.

3.3.3 Rentno izplačevanje

Rentno izplačevanje je lahko samostojna finančna storitev v kombinaciji s predhodnim depozitom glavnice, še pogosteje pa je navezano na predhodno rentno varčevanje. Storitev je smiselna v različnih življenjskih situacijah. Ena od njih je lahko tudi redna renta za študenta ob prej prihranjenih sredstvih staršev in drugih sorodnikov. Druga pogosta situacija pa je izplačevanje pokojninske rente.

Rentno izplačilo izhaja iz začetne glavnice S_0 , ki jo izplačila b redno periodično zmanjšujejo. Kot smo že omenili, je treba pri rentnem izplačevanju izbrati način izplačevanja na začetku kapitalizacijskih obdobj (prenumerando) ali na koncu kapitalizacijskih obdobj (postnumerando). Izpeljavo formule bomo začeli s primerom prenumerando, ki je smiselno tedaj, ko rentno izplačevanje sledi rentnemu varčevanju, ki je tudi prenumerando, tako da na začetku zadnjega kapitalizacijskega obdobja dospe zadnje plačilo rentnega varčevanja in na začetku prvega kapitalizacijskega obdobja izplačevanja prvo izplačilo rente.

Ker je začetna glavnica S_0 , moramo vsa izplačila razobrestiti (diskontirati) na začetek prvega kapitalizacijskega obdobja:

$$S_0 = b + \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} + \dots + \frac{b}{r^{n-2}} + \frac{b}{r^{n-1}}$$

Če izpostavimo zadnji izraz v gornji vsoti, dobimo podoben izraz kot pri rentnem varčevanju:

$$S_0 = \frac{b}{r^{n-1}} \cdot (r^{n-1} + r^{n-2} + \dots + r + 1)$$

Potem z enako zamenjavo izraza v oklepaju kot pri prejšnjem primeru dobimo formulo za rentno prenumerando izplačevanje:

$$S_0 = \frac{b}{r^{n-1}} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Kratek premislek pa nas pripelje tudi do formule postnumerando, ki se razlikuje le po tem, da je eksponent pri obrestovalnem faktorju v prvem ulomku za eno večji (zamik za eno obdobje v prihodnost):

$$S_0^{post} = \frac{b}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Tako smo dobili formulo za izračun potrebne glavnice S_0 , ki omogoča izplačilo periodičnih zneskov b v n obdobjih pri obrestovalnem faktorju r . Za ta izračun je v Excelu na voljo funkcija sedanja vrednost (PV – *present value*).

Če želimo izračunati višino izplačil pri dani glavnici, je potem formula za prenumerando posel:

$$b = S_0 \cdot r^{n-1} \cdot \frac{r - 1}{r^n - 1}$$

Tako torej izračunamo višino izplačil b , če imamo na voljo glavnico S_0 in bi se izplačila izvršila n -krat pri obrestovalnem faktorju r , in sicer prenumerando. Podobna formula velja za postnumerando izplačevanje. Excelova funkcija za izplačevanje je funkcija izplačilo (PMT – *payment*).

Depoziti oziroma varčevanje z vezavo sredstev skupaj z rentnim varčevanjem in rentnim izplačevanjem tvorijo skupino poslov, katerih potek spoznavate in računate njihove rezultate pri vajah.

3.3.4 Amortizacijski račun

Finančni oziroma gospodarski račun sledi logiki poslov, tako da lahko različni posli slonijo na istih matematičnih osnovah. Primerjajte posla rentno izplačevanje in posojilo z obročnim plačevanjem. Pri premisleku si pomagajte z vprašanji, ki sledijo.

Kdo je lastnik začetne glavnice v vsakem od obeh poslov? Kdo prejme (si izposodi) glavnico? Kdo glavnico vrača? Katera formula je izhodišče za izračun obročnega vračanja posojila, če upoštevamo postnumerando naravo posojila?

Vzemimo formulo za postnumerando rentno izplačevanje:

$$S_0^{post} = \frac{b}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

in spremenljivke nekoliko drugače poimenujmo. Glavnico kredita označimo z D in ker gre za glavnico na začetku posla, ji dodamo še 0, torej D_0 . V finančnem poslovanju je pravilo, da vplačila komitenta označimo z a (anuiteta). Oznaki za število kapitalizacijskih obdobj (vračil) in obrestovalni faktor se seveda ne spremenita. Tako glavnica posojila D_0 , ki ga bomo odplačevali n obdobj pri obrestovalnem faktorju r z enakimi periodičnimi vračili a znaša:

$$D_0 = \frac{a}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Znesek vračil, ki jih vplačujemo periodično v danem trajanju posla, imenujemo anuiteta. Ta vsebuje razdolžnino, to je znesek zmanjšanja dolgovane glavnice in vsakokratne obresti glede na takratno višino dolga in obrestno mero. Znesek anuitete izračunamo takole:

$$a = D_0 \cdot r^n \cdot \frac{r - 1}{r^n - 1}$$

Eden od pomembnih delov amortizacijskega računa je tudi obravnava amortizacijskega načrta, česar pa v okviru tega predmeta ne obravnavamo.

Za konec ponovimo še osrednje pojme amortizacijskega računa:

D_0 – dolg, dolgovana glavnica,

q_i – razdolžnina, del anuitetnega zneska, s katerim poravnavamo dolgovano glavnico,

o_i – obresti, del anuitetnega zneska, s katerim poravnavamo stroške glavnice, in

a – anuiteta, enaki zneski, s katerimi poravnavamo razdolžnino in obresti.

3.3.5 Načelo ekvivalence glavníc

Zneski glavníc v različnih časovnih točkah med seboj niso neposredno primerljivi. Primerjamo jih lahko šele, ko jih preračunamo na isti trenutek. Pri tem lahko uporabimo različne pristope. Lahko preračunamo eno od obeh glavníc na trenutek dospelja druge glavnice, ali pa določimo neki tretji trenutek. Glavnico premaknemo na poznejši termin tako, da jo nadobrestimo, na zgodnejši termin pa tako, da jo razobrestimo (diskontiramo). Kot bomo videli v naslednjem poglavju, pri vrednotenju investicij vse glavnice prenesemo (diskontiramo) na začetek investicijskega projekta. Za konec tega premisleka še definicija ekvivalence glavníc:

Dve glavnici sta ekvivalentni (enaki) natanko takrat, ko postaneta po preračunu, pri isti obrestni meri na isti trenutek enaki.

3.4 Vprašanja za utrjevanje znanja

Vsebina poglavja je usmerjena v spoznavanje vrst finančnih poslov in pojmov, povezanih z njimi. Vprašanja o vrsti in naravi finančnih poslov se nanašajo na objave finančnih ustanov na spletu. Tako se spoznavate s pojmi in načini poslovanja v realnem okolju.

1. Kaj so osrednji cilji delovanja Banke Slovenije? Navedite vsaj enega in ga komentirajte.
2. Katere institucije nadzira Banka Slovenije?
3. Katere finančne storitve zagotavljajo komercialne banke? Naštejte vsaj tri in eno od naštetih na kratko opišite.
4. Katere finančne storitve zagotavljajo zavarovalnice?
5. Katere finančne storitve omogočajo samo banke in hranilnice?
6. Katere finančne storitve omogočajo samo zavarovalnice?
7. Kaj je osrednje področje poslovanja finančnih družb?
8. Kakšna je razlika med poslovanjem s kreditnimi in debetnimi karticami?
9. Kakšna so tveganja pri uporabi spletnih finančnih storitev? Navedite vsaj eno vrsto tveganj in jo komentirajte.
10. Katere vrste varčevanja poznamo? Naštejte vsaj tri in eno od njih opišite.
11. S kakšnim namenom se zadolžujejo fizične osebe?
12. S kakšnim namenom se zadolžujejo skupnosti in institucije javnega sektorja?
13. Kakšna je razlika med kreditnim poslom in leasingom?
14. Kaj so prihodki bank? Naštejte vsaj tri, enega med njimi komentirajte.
15. Kaj so prihodki od kapitala? Naštejte vsaj dva, enega med njimi komentirajte.
16. Kaj je značilno za navadni obrestni račun? Navedite primer uporabe navadnega obrestnega računa.
17. Razložite pojem relativno izpodletno obrestovanje.
18. Kaj sta predpostavki obrestnoobrestnega računa o glavnici in obrestni meri?
19. Kaj je depozit?
20. Kaj je renta?
21. Opišite potek rentnega varčevanja. Kaj je osnovni princip postopka izračuna glavnice rentnega varčevanja?
22. Naštejte vsaj tri vrste komercialnega rentnega varčevanja in enega med njimi komentirajte.
23. Opišite potek rentnega izplačevanja. Kaj je osnovni princip postopka izračuna izplačil rentnega izplačevanja?
24. Kateri rentni posel je ekvivalenten kreditnemu poslu? Zakaj?
25. Kaj je anuiteta?

- 26.** Imamo dve glavnici G_0 in G_n , opredeljeni v dveh različnih trenutkih. Kako imenujemo postopek, s katerim omogočimo primerjanje, tako da preračunamo glavnico G_n , določeno v poznejšem trenutku, na zgodnejši trenutek druge glavnice G_0 . Postopek komentirajte.
- 27.** Imamo dve glavnici G_0 in G_n , opredeljeni v dveh različnih trenutkih. Kako imenujemo postopek, s katerim omogočimo primerjanje, tako da preračunamo glavnico G_0 , določeno v zgodnejšem trenutku, na poznejši časovni trenutek druge glavnice G_n . Postopek komentirajte.

3.5 Povzetek poglavja

Poglavje najprej predstavi organizacijo finančnega sektorja ter vlogo bank, hranilnic, zavarovalnic in finančnih družb. Opiše njihove glavne storitve: od plačilnega prometa, kreditiranja in varčevalnih produktov do zavarovanj in upravljanja naložb. Nadalje pojasni pomen nadzora, varnega finančnega poslovanja in odgovorne uporabe spletnih ter kartičnih storitev. Poseben poudarek je na varčevanju, investiranju in tveganjih, ki spremljajo finančne odločitve posameznikov in javnih institucij.

Središčni del poglavja obravnava osnovne pojme finančne matematike, ki so temelj za razumevanje finančnih tokov. Razloženi so glavnica, obresti, obrestne mere in kapitalizacijska obdobja ter razlike med vrstami obrestovanja. Predstavljeni so obrestni in obrestnoobrestni račun ter izračun prihodnje in sedanje vrednosti z uporabo diskontiranja. Poglavje poudarja, da je upoštevanje časovne spremembe vrednosti sredstev bistveno pri vseh finančnih odločitvah – od osebnega varčevanja do vrednotenja investicij.

Sklepni del poglavja predstavi rentni in amortizacijski račun, ki opisuje postopke varčevanja ali izplačevanja v enakih periodičnih zneskih. Razloženi sta logika rentnega varčevanja in rentnega izplačevanja ter povezava med amortizacijskim načrtom in kreditnimi posli. Opisan je izračun anuitet ter načelo ekvivalence glavnice, ki omogoča primerjavo denarnih zneskov v različnih časih in je temelj za odgovorno načrtovanje zadolževanja in varčevanja.

3.6 Literatura in viri

Zakon o Banki Slovenije (ZBS), Uradni list RS, št. 72/06 – uradno prečiščeno besedilo, 59/11 in 55/17.

Zakon o zavarovalništvu (ZZavar), Uradni list RS, št. 93/15, 9/19, 102/20, 48/23, 84/24 in 77/25.

Zakon o trgu finančnih instrumentov (ZTFI), Uradni list RS, št. 77/18, 17/19 – popr., 66/19, 123/21, 45/24 in 77/25.

4

ANALIZA STROŠKOV IN KORISTI INVESTICIJSKIH PROJEKTOV

Četrto in peto poglavje sta med seboj povezani. V četrtem poglavju najprej predstavljamo metode za finančno vrednotenje investicijskih projektov, v naslednjem poglavju pa podrobneje obdelamo pomen ter vlogo analize stroškov in koristi v celotnem življenjskem krogu investicijskega projekta. V pričujočem poglavju tako predstavimo celovit okvir ocenjevanja in primerjave investicijskih projektov, ki obsega metode vrednotenja investicijskih projektov in okvir vrednotenja investicijskih projektov v celotnem življenjskem krogu.

Učni cilji poglavja so spoznavanje metod vrednotenja investicijskih projektov, razumevanje različnih vidikov okvira analize stroškov in koristi investicijskih projektov ter razvoj razumevanja in zmožnosti za sodelovanje pri oblikovanju okvirov vrednotenja investicijskih projektov.

Vsebina poglavja je razdeljena na dve podpoglavji. V prvem podpoglavju predstavljamo mere za vrednotenje investicijskih projektov, nato sledi predstavitev okvira analize stroškov in koristi investicijskih projektov.

4.1 Mere za vrednotenje investicijskih projektov

V prejšnjem poglavju smo se seznanili z osnovnimi metodami finančnega poslovanja, zdaj pa prehajamo na mere vrednotenja investicijskih projektov. Kot že vemo, investicijski projekti pretvorijo finančna vlaganja v otipljive ali neotipljive dobrine, od katerih pričakujemo koristi v daljšem času izrabe. Pri zasebnih investicijskih projektih so pomembne predvsem neposredne koristi, medtem ko imajo lahko pri javnih investicijskih projektih pomembno vlogo tudi posredne koristi. O vrstah stroškov, rezultatov delovanja in koristih investicijskih projektov bomo razpravljali v naslednjem podpoglavju.

Tukaj pa bomo pozornost namenili vprašanju, kako pri vrednotenju investicijskih projektov upoštevati dejstvo, da gre pri tem za dolgoročna finančna vlaganja, katerih donose pričakujemo v daljših obdobjih izrabe končnega izdelka projekta. Upoštevati moramo načelo ekvivalence glavnici. Glavnici, opredeljeni v različnih časovnih toč-

kah, sta neposredno neprimerljivi. Da bi ju lahko primerjali, ju je treba preračunati na isto časovno točko.

V poglavju 2.2.2 smo s pomočjo formule obrestnoobrestnega računa glavnico nadobrestili: $G_n = G_0 r^n$. Pripisali smo ji obresti za n kapitalizacijskih obdobj in jo tako premaknili za n kapitalizacijskih obdobj v prihodnost. Obratno operacijo smo opredelili s formulo:

$$G_0 = \frac{G_n}{r^n}$$

Iz glavnice G_n , ki vsebuje obresti za n kapitalizacijskih obdobj, tako izločimo obresti, jo razobrestimo oziroma diskontiramo. S tem jo preračunamo na začetno časovno točko obravnavanega posla.

Razmislimo, kaj to pomeni ob primeru Tabele 5, ki prikazuje vrednotenje stroškov in koristi javne investicije v športno dvorano. Podrobneje bomo pomenom pojmov v tabeli namenili pozornost v naslednjem podpoglavju, tukaj pa se posvetimo samo dejstvu, da imamo vrednosti, podane za 6 kapitalizacijskih obdobj. Pri investicijskih projektih praviloma uporabljamo letno kapitalizacijo.

Tabela 5: Tabela podatkov ekonomskega toka

Leto	1	2	3	4	5	6
Investicijski stroški	880.000	1.300.000	0	0	0	0
Stroški delovanja	0	53.000	122.000	122.000	122.000	122.000
Prihodki skupaj	0	71.000	272.500	272.500	272.500	272.500
Boljše zdravje	0	6.050	35.500	35.500	35.500	35.500
Zadovoljstvo občanov	0	1.500	11.500	11.500	11.500	11.500
V_i – vrednost vlaganj	880.000	1.353.000	122.000	122.000	122.000	122.000
D_i – vrednost donosov	0	78.550	319.500	319.500	319.500	319.500
$D_i - V_i$	-880.000	-1.274.450	197.500	197.500	197.500	197.500
NSV	-838.095	-1.994.059	-1.823.451	-1.660.967	-1.506.221	-1.358.843

Kot je razvidno iz tabele, se vlaganja realizirajo v začetku investicijskega projekta, to je v času izvedbe investicije. Donosi pa se realizirajo po zaključku investicije in predaji končnega izdelka v uporabo. O elementih vlaganja oziroma stroškov in donosov oziroma prihodkov bomo razpravljali v naslednjem podpoglavju, tukaj pa se posvetimo zadnjim trem vrsticam tabele, v katerih so podane vrednosti za vsako obdobje

v obravnavi (zaporedna leta od začetka investicije do konca opazovanega obdobja), in sicer:

V_i – vrednost vlaganj – vsota vlaganj in stroškov v vsakem obravnavanem obdobju,

D_i – vrednost donosov – vsota prihodkov in drugih donosov v obravnavanih obdobjih,

$D_i - V_i$ – razlika med donosi in vlaganji v obravnavanih obdobjih.

Temeljna ideja za vrednotenje investicij je izračun celotne vrednosti projekta, to je razlike med vsemi donosi in vlaganji za celotno obdobje. O izbiri obdobja bomo še govorili v nadaljevanju, zdaj pa samo premislimo o postopku, ki bi nas pripeljal do ustreznega rezultata. Osnovna zamisel je izračunati razliko med donosi in vlaganji za obračunsko obdobje. Če bo rezultat pozitiven, bomo lahko rekli, da je investicijski projekt načeloma sprejemljiv, če bo negativen, bo dobil oznako nesprejemljiv.

Pri tem lahko ugotovimo, da izračun razlike med donosi in vlaganji za posamezna obdobja ni problematičen, saj so glavnice realizirane v istem kapitalizacijskem obdobju. Drugače pa je z upoštevanjem vrednosti glavic iz različnih obdobj, saj moramo upoštevati postulat o enakosti glavic, ki so primerljive le, če so preračunane na isto časovno točko.

Na osnovi teh izhodišč lahko definiramo neto sedanja vrednost (NSV) investicijskega projekta kot razliko med vrednostjo vseh donosov in vlaganj v obravnavanem obdobju, diskontirano na začetek projekta. Pri tem navadno obravnavamo investicijo kot prenumerando, se pravi, da diskontiramo vrednosti donosov in vlaganj oziroma razlik na začetek prvega kapitalizacijskega obdobja.

Tako lahko zapišemo sedanjo vrednost donosov kot:

$$SVD = \frac{D_1}{r} + \frac{D_2}{r^2} + \dots + \frac{D_n}{r^n}$$

sedanjo vrednost vlaganj kot:

$$SVV = \frac{V_1}{r} + \frac{V_2}{r^2} + \dots + \frac{V_n}{r^n}$$

in neto sedanjo vrednost investicijskega projekta kot:

$$NSV = SVD - SVV = \frac{D_1 - V_1}{r} + \frac{D_2 - V_2}{r^2} + \dots + \frac{D_n - V_n}{r^n}$$

kjer je $r = 1 + \frac{p}{100}$ letni obrestovalni faktor, izračunan iz letne diskontne stopnje p , n število obračunskih obdobj, D_i vsota donosov za vsako obdobje i , V_i vsota vlaganj oziroma stroškov za vsako obdobje i , SVD sedanja vrednost donosov, SVV sedanja vrednost vlaganj in NSV neto sedanja vrednost investicijskega projekta.

Formulo lahko zapišemo tudi na nekoliko krajši način:

$$NSV = \sum_{i=1}^n \frac{D_i - V_i}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^i}$$

pri čemer je obrestovalni faktor izražen z diskontno stopnjo p . Neto sedanjo vrednost boste na vajah računali s pomočjo funkcije NPV (*net present value*) v Excelu, ki je implementacija zgornjih formul v ustrezni Excelovi finančni funkciji.

Večja pozitivna NSV projekta pomeni boljši investicijski projekt z večjim donosom, večja negativna NSV projekta pomeni slabši investicijski projekt z večjo izgubo. Pri zasebnem investiranju je končni pričakovani donos ključni element odločitve o izbiri investicijskega projekta, pri javnih investicijskih projektih pa moramo upoštevati tudi druge vidike, ki zagotavljajo ustrezno blaginjo državljanov v določenem okolju.

Povzemimo zdaj izhodišča izračuna neto sedanje vrednosti. Računamo jo za izbrano obdobje, v katerem imamo podatke o donosih in vlaganjih po posameznih obdobjih. Pri izračunu upoštevamo izbrano diskontno stopnjo p . Izračunamo razliko med diskontiranimi vrednostmi donosov in vlaganj za izbrano obdobje n in diskontno stopnjo p .

Neto sedanja vrednost je absolutna vrednost razlike med glavicami donosov in vlaganj ter nam izkaže koristi projekta v obliki glavnice. Je informacija o lastnostih projekta, vendar za primerjanje med projekti ni primerna, saj so lahko glavnice v različnih investicijskih projektih zelo različne. Manjši projekti imajo praviloma manjšo vrednost neto sedanje vrednosti kot večji. Zato tedaj, ko želimo projekte primerjati glede na njihov donos, uporabimo relativno razliko, to je relativno neto sedanjo vrednost:

$$RNSV = \frac{SVD - SVV}{SVV}$$

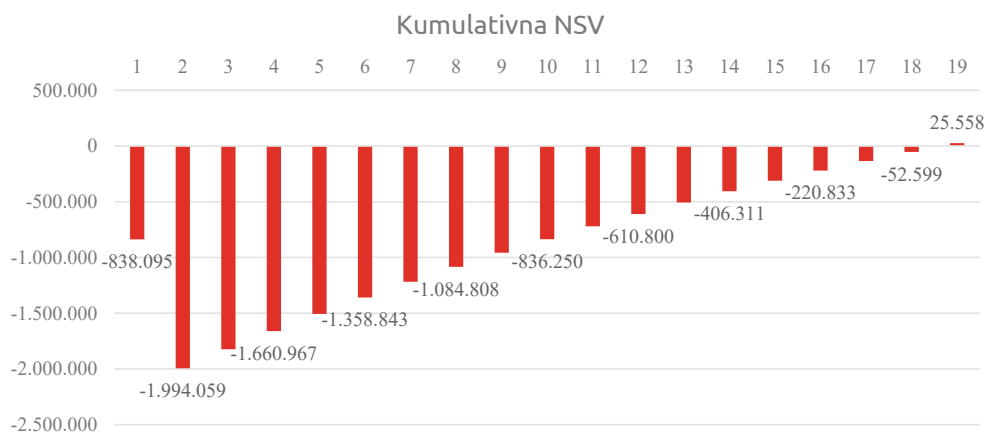
Ali zapisano malce drugače

$$RNSV = \frac{NSV}{\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^i}}$$

Tako dobimo delež, ki ga predstavlja neto sedanja vrednost projekta (izplen projekta) v sedanji vrednosti vlaganj v projekt. Če je vrednost pozitivna, izkazuje relativno vrednost donosa projekta; če je negativna, pa izkazuje relativno vrednost izgube projekta.

Poleg navedenih osnovnih mer za vrednotenje investicijskih projektov sta standardni del obravnave javnih investicijskih projektov še doba vračanja in notranja stopnja donosnosti. Doba vračanja je mera, ki nam pove, v katerem obdobju bo projekt dosegel pozitivno vrednost neto sedanje vrednosti. V ta namen moramo izračunati in prikazati niz kumulativnih neto sedanjih vrednosti.

Grafikon kumulativne NSV za primer ekonomskega toka (Tabela 6):



Graf je izveden iz podatkov Tabele 6, v kateri so v zadnji vrstici izračunane neto sedanje vrednosti za vsako obdobje, ob čemer smo število obračunskih obdobjih podaljšali, dokler nismo dobili vrednosti, večje od 0. Dobo vračanja tako dobimo tako, da zaporedoma računamo neto sedanje vrednosti za zaporedna obdobja, dokler rezultat ni večji od 0. Za gornji primer lahko ugotovimo, da je doba vračanja 19 let.

$$DV = n; NSV_{n-1} < 0 \wedge NSV_n \geq 0$$

Izhodišče izračuna je izbrana diskontna stopnja p in vrednost $NSV \geq 0$. Postopek izračuna je izračunavanje NSV za zaporedna obdobja, dokler ne zadostimo pogoju, da je NSV večja ali enaka 0. Ker gre za investicijske projekte, od katerih želimo določene donose, je seveda krajša doba vračanja bolj zaželena. Premislimo o gornjem grafu. Ali je oblika gornjega grafa podobna za vse investicijske projekte? Zakaj? Vsak investicijski projekt se začne z vlaganji, vložena sredstva pa se navadno vračajo postopoma.

Za konec si oglejmo še notranjo stopnjo donosa. V tem primeru opazujemo izbrano obdobje in iščemo diskontno stopnjo, pri kateri je neto sedanja vrednost enaka 0. Za izračun nimamo pomoči neposredne matematične formule, saj iščemo ničlo funkcije NSV v odvisnosti od p , pri čemer pa NSV ni podana analitično z matematičnim izrazom, temveč diskretno z vrednostmi v obravnavanih časovnih točkah. Zato v ročnem načinu poiščemo s poskušanjem s pomočjo matematičnega postopka bisekcije (razpolavljanja intervala). Ker imamo v Excelu funkcijo, ki omogoča izračun notranje stopnje donosa (IRR – *internal rate of return*), postopka podrobneje ne predstavljamo. Gre za to, da računamo vrednosti NSV na izbrane diskontne stopnje, dokler ne najdemo takega p , da je NSV enaka 0.

Tabela 6: Vrednosti NSV za investicijski projekt športne dvorane za obdobje 20 let v odvisnosti od p

p	NSV
1,0 %	1.054.218
1,5 %	900.464
2,0 %	758.243
2,5 %	626.617
3,0 %	504.731
3,5 %	391.806
4,0 %	287.131
4,5 %	190.058
5,0 %	99.994
5,5 %	16.396
6,0 %	-61.230
6,5 %	-133.340
7,0 %	-200.350
7,5 %	-262.640
8,0 %	-320.561

Iz Tabele 6 lahko razberemo, da je NSV pri manjših vrednostih diskontne stopnje p večja, pri večjih pa manjša. Na osnovi tabele lahko notranjo stopnjo donosa ocenimo. Koliko znaša?

Projekti, ki imajo visoko notranjo stopnjo donosa, so donosnejši, saj to pomeni, da prinašajo boljše rezultate.

$$NSD = p; NSV(p) = 0$$

S tem smo predstavili štiri mere, ki se pri vrednotenju projektov pojavljajo najpogostejše. Gre za standardne metode, ki jih moramo vključiti v pravzaprav vsak nekoliko večji investicijski projekt, pa naj bo javni ali zasebni. Pomen omenjenih mer smo pojasnili. Da pa bi povsem razumeli njihov pomen, jih moramo opazovati v okolju, v katerem nastopajo. To bomo storili v naslednjem poglavju, ki je namenjeno pregledu dejanskih primerov načrtovanja javnih investicijskih projektov iz prakse. Pred tem pa si bomo v drugem delu tega poglavja ogledali še metodološki pristop analize stroškov in koristi.

Poglavje sklenemo s pregledom mer za vrednotenje investicijskih projektov. Nad dano tabelo (Tabela 7) si lahko postavimo štiri vprašanja, ki nas vodijo do štirih mer vrednotenja investicijskih projektov.

1. V izbranem obdobju, pri izbrani diskontni stopnji, kolikšna je diskontirana vrednost razlike med donosi in vlaganji?
2. V izbranem obdobju, pri izbrani diskontni stopnji, kolikšna je vrednost relativne diskontirane razlike med donosi in vlaganji?
3. Pri izbrani diskontni stopnji, v katerem obdobju postane diskontirana vrednost razlike med donosi in vlaganji večja ali enaka 0?
4. V izbranem obdobju, pri kateri diskontni stopnji je diskontirana vrednost razlike med donosi in vlaganji enaka 0?

Tabela 7: Pregled definicij mer uspešnosti investicijskih projektov

	Mera	Obdobje	Diskontna stopnja	Diskontirana vrednost razlike med donosi in vlaganji
1.	NSV – neto sedanja vrednost	T	p	?
2.	RNSV – relativna neto sedanja vrednost	T	p	relativna razlika?
3.	NSD – notranja stopnja donosnosti	T	?	= 0
4.	DV – doba vračanja	?	p	>= 0

Neto sedanja vrednost NSV je diskontirana vrednost razlike med izločki in vložki. Pozitivna NSV izkazuje, da investicija v izbranem obdobju pri izbrani diskontni stopnji povrne investicijska vlaganja. Vendar neto sedanja vrednost ne omogoča vpogleda v primerljivo učinkovitost projekta, saj izkazuje absolutno vrednost razlike izločkov in vložkov.

Zato v primerih, ko bi radi primerjali med seboj različne projekte glede na njihovo učinkovitost, uporabimo relativno neto sedanjo vrednost RNSV, pri kateri izračunano diskontirano razliko med izločki in vložki delimo z diskontirano vrednostjo vložkov.

Notranja stopnja donosa je diskontna stopnja, pri kateri v izbranem obdobju neto sedanja vrednost NSV postane enaka 0. Tudi NSD omogoča primerljivost med projekti. Projekti z večjo notranjo stopnjo donosa prinašajo boljši rezultat, saj izkazujejo večjo »rezervo« pri delovanju in zato nepričakovani dogodki težje ogrozijo pozitiven končni izid (NSV) projekta.

Doba vračanja je obdobje, v katerem postane kumulativna neto sedanja vrednost večja ali enaka 0. Doba vračanja omogoča primerljivost med projekti glede časa, ki bo potreben, da se investicija povrne. Projekt z manjšo dobo vračanja bo prej povrnil investicijski vložek in bo prej začel prinašati »profit«, če se izrazimo v jeziku gospodarskega sektorja.

4.2 Finančno in ekonomsko vrednotenje investicijskih projektov

Lastnosti in pomen investicijskih projektov smo predstavili že v 1. poglavju, tukaj pa se spomnimo samo najpomembnejših dejstev. Investicijski projekti so skrbno načrtovane dejavnosti, s katerimi izdelamo trajne dobrine, ki v času izrabe prinašajo neposredne in posredne koristi. Javni investicijski projekti pokrivajo vsa polja javnega interesa, kot so infrastruktura, organizacije, oprema in objekti za izvajanje dejavnosti javnih ustanov ter razvoj procesov in organiziranosti za povečanje učinkovitosti in uspešnosti delovanja javnih ustanov.

Rezultati projektov so izdelki. Izdelki so lahko otipljivi ali neotipljivi. Investicijski projekt ima navadno en končni izdelek, ki združuje tako otipljive kot tudi neotipljive izdelke. Končni izdelki so lahko infrastrukturni objekti, zgradbe, nove javne ustanove, digitalizacija javnih storitev. Praviloma so investicijski projekti kompleksni. Zato so navadno izdelki pri načrtovanju razčlenjeni v strukturo izdelkov, ki se na koncu združi v končni izdelek projekta.

Investicijski projekti pretvorijo finančna vlaganja v otipljive ali neotipljive dobrine, od katerih pričakujemo koristi v daljšem času izrabe. Pri zasebnih investicijskih projektih so pomembne predvsem neposredne koristi, pri javnih investicijskih projektih pa imajo lahko večjo vlogo tudi posredne koristi.

Javni projekti po zaključku preidejo v upravljanje ustrezne javne ustanove. Neposredni rezultati so koristi z vidika javne ustanove, ki upravlja z izdelkom investicije (objektom, sistemom, napravo). Javne ustanove morajo zagotavljati dostopne in kakovostne storitve, pri tem pa morajo delovati učinkovito. Tako so lahko investicije namenjene povečanju dostopnosti, izboljšanju kakovosti ali pa povečanju učinkovitosti delovanja ustanove. Pogosto pa zasledujejo dve ali pa vse tri dimenzije rezultatov (primerne mere neposrednih koristi so obseg opravljenih storitev, kakovost storitev, merljivi neposredni rezultati, kot so število udeležencev, spremembe, izboljšanja pri uporabniku itd.).

Posredne koristi se nanašajo na javno korist, ki ni neposredno povezana z izvajalcem ali uporabnikom storitve, temveč se nanaša na vplive, posledice, ki jih take aktivnosti prinašajo za širše okolje (boljše zdravljenje prinaša bolj kakovostno življenje bolnikom in zmanjšuje stroške bolniških odsotnosti, izboljšuje kakovost dela zdravljenih itd.).

Ključni metodi finančnega vrednotenja investicijskih projektov sta finančna analiza in ekonomska analiza. Finančno vrednotenje projekta je del celotne predstavitve investicijskega projekta, ki praviloma obsega naslednja poglavja:

1. določitev ciljev investicijskega projekta,
2. identifikacija projekta,

3. analiza izvedljivosti in variant,
4. finančna analiza,
5. ekonomska analiza,
6. drugi elementi vrednotenja ter
7. analiza občutljivosti in tveganj.

V nadaljevanju poglavja obravnavamo finančno in ekonomsko analizo, ki kot ključno metodo uporabljata metode kazalnikov vrednotenja investicijskih projektov, ki smo jih predstavili v 2. poglavju.

4.2.1 Finančna analiza

S pomočjo finančne analize napovemo denarne tokove investicije in na tej osnovi izračunamo ocene donosnosti investicije za investitorja oziroma upravljavca izdelka projekta (javni zavod, proračun). S tem preverjamo denarne tokove in vzdržnost projekta z vidika investitorja. V ta namen je treba oceniti podatke o stroških izvedbe projekta in virih projekta ter pripraviti projekcijo denarnih tokov. Stroški izvedbe projekta vključujejo investicijske (izgradnja, oprema) in operativne stroške (vzdrževanje, upravljanje). Z njimi upoštevamo vse denarne tokove za izvedbo investicije. Viri financiranja so neposredni viri za izvedbo investicije (proračun, krediti, sredstva EU, javno-zasebna partnerstva). Projekcija denarnih tokov je napoved poslovanja poslovnega sistema, ki bo temeljil na izdelku projekta in upošteva napoved vseh prihodkov (uporabnine, najemnine, plačila storitev) in odhodkov (stroškov obratovanja, obresti, amortizacije).

Model finančne analize tako obsega štiri skupine podatkov o finančnih tokovih:

- stroške investicije,
- stroške poslovanja,
- vire financiranja in
- prihodke poslovnega subjekta.

Rezultat finančne analize sta tabeli finančnih tokov: tabela donosov investicije in tabela donosov investiranega kapitala. Prva je ocena, ali je projekt kot celota finančno upravičen, ne glede na strukturo financiranja. Izkazuje zmožnost investicije, da z neto dohodki pokrije investicijske stroške. Tabela donosov investiranega kapitala je ocena, ali se vloženi lastni kapital povrne in prinese ustrezno donosnost ob upoštevanju financiranja (kreditni, nepovratna sredstva, subvencije).

Izvedba finančne analize obsega naslednje korake oziroma poglavja:

1. obdobje (ekonomska doba investicijskega projekta),
2. opredelitev skupnih stroškov investicijskega projekta,

3. načrt prihodkov investicijskega projekta,
 4. ostanek vrednosti investicije,
 5. upoštevanje inflacije,
 6. finančna pokritost,
 7. opredelitev diskontne stopnje,
 8. opredelitev kazalnikov uspešnosti.
1. Obdobja za napovedovanje izberemo tako, da upoštevamo trajanje financiranja in obveznosti, ekonomsko življenjsko dobo projekta (ocena trajanja ustvarjanja dejanskih prihodkov), zanesljivosti napovedi (dolgoročne napovedi lahko postanejo nesprejemljivo negotove) in ostanka vrednosti projekta. Na kratko povedano je obdobje analize trajanje financiranja plus obdobje ustvarjanja prihodkov, dokler je ocena še lahko dovolj natančna.
 2. Skupni stroški projekta obsegajo vse stroške investicije (zemljišče, zgradbe, oprema, licence, patenti, znanje itd.) in stroške poslovanja (kadri, storitve, surovine, oskrba z energijo itd.). Pri tem ne upoštevamo računovodskih kategorij, ki niso predmet neposrednega delovanja končane investicije in ne generirajo denarnih tokov (amortizacija, rezervacije).
 3. Številni investicijski projekti ustvarjajo prihodke s prodajo storitev ali blaga. V napovedih te prihodke upoštevamo tako, da napovemo količino prodaje in relativne cene storitev oziroma blaga. V napoved prihodkov ne vključujemo davka na dodano vrednost in tudi ne donacij oziroma transferjev. Kadar je pri javnih investicijskih projektih investitor drug kot upravljavec izdelka projekta, je treba natančno razmejiti prihodke investitorja in upravljavca izdelka projekta ter morebitne druge prihodke pri drugih deležnikih.
 4. Ostanek vrednosti je likvidacijska vrednost projekta ob koncu obdobja in ga upoštevamo kot priliv projekta.
 5. Pri izbiri načina vrednotenja stroškov in prihodkov se je treba odločiti za način vrednotenja cen. Finančne analize pogosto temeljijo na stalnih cenah, kar lahko z vidika inflacije povzroči nekoliko izkrivljeno podobo investicije. Zato se tam, kjer je to pomembno, priporoča upoštevanje tekočih cen, torej cen, ki upoštevajo inflacijo in kakršne pričakujemo v prihodnjih obdobjih.
 6. Finančna pokritost odraža kumulativno stanje finančnih tokov projekta v vsakem obdobju. Finančna pokritost bo zagotovljena, če časovni načrt izkazuje pozitivno kumulativno vrednost neto finančnih tokov.
 7. Za diskontiranje finančnih tokov moramo izbrati ustrezno diskontno stopnjo. Diskontna stopnja naj bi izražala oportunitetni strošek kapitala. Za javne projekte so diskontne stopnje praviloma določene s predpisi oziroma uredbami.

8. Za finančno analizo navadno izberemo standardne kazalnike uspešnosti, kot sta finančna notranja stopnja donosnosti in finančna neto sedanja vrednost projekta. Če pa delamo primerjalno analizo med investicijskimi projekti, uporabimo tudi relativno neto sedanjo vrednost in dobo vračanja.

4.2.2 Ekonomska analiza

Ekonomska analiza javnih investicijskih projektov je namenjena oceni prispevka projekta k razvoju skupnosti. Drugače kot finančna analiza, ki upošteva vidik investitorja ali upravljavca investicijskega projekta, ekonomska analiza prikazuje vpliv projekta na celotno skupnost. Pretvorba tabele finančne analize v ekonomsko analizo zato upošteva pretvorbo tržnih cen v obračunske cene in dodatno upoštevanje dejavnikov vpliva na skupnost, ki jih je mogoče finančno ovrednotiti. To so lahko bodisi zmanjšanje stroškov (cestna infrastruktura zmanjša porabo energije, časa, znižanje škod zaradi nesreč itd.) bodisi povečanje produktivnosti (športni objekti vplivajo na boljše zdravje državljanov, kar vpliva na njihovo večjo produktivnost pa tudi na manjše stroške v zdravstvu in zaradi absentizma).

Izvedba ekonomske analize obsega naslednje korake oziroma poglavja:

1. upoštevanje davčnih popravkov,
 2. upoštevanje popravkov zaradi zunanjih vplivov,
 3. analiza tržnih in obračunskih cen ter
 4. ekonomska analiza donosnosti.
1. Tržne cene vsebujejo tudi davek in prispevke ter nekatera transferna plačila, ki lahko vplivajo na relativne cene. Pri davčnih popravkih je treba upoštevati, da morajo biti cene vhodov in izhodov razbremenjene DDV in vseh drugih dajatev. Izločijo se tudi čista transferna plačila.
 2. Zunanji vplivi obsegajo stroške in koristi, ki izhajajo iz vpliva projekta na okolje, obsegajo zunanje stroške, ki se nanašajo na negativne vplive projekta in zunanje koristi, ki so bodisi zmanjšanje zunanjih stroškov bodisi povečanje določenih izhodov. Praviloma vse zunanje stroške in koristi ovrednotimo in upoštevamo pri ekonomski analizi projekta. Če finančno vrednotenje ni mogoče, jih podamo opisno. Primeri zunanjih stroškov so izguba kmetijskega zemljišča, povečanje stroškov za odpadne vode, padec vrednosti zemljišč ob novi avtocesti, primeri zunanjih koristi pa na primer zmanjšanje tveganja za prometne nesreče, prihranki časa pri transportu, povečanje produktivnosti zaradi boljšega zdravja zaposlenih.
 3. Tržne cene preračunamo v obračunske s pomočjo ustreznih pretvornikov. V podrobnosti te problematike se v okviru razprave pri tem predmetu ne bomo poglobljali.

4. Podobno kot pri finančni analizi je zadnji korak ekonomske analize ekonomska analiza donosnosti. Diskontna stopnja za ekonomsko analizo projektov je po ZJF 7 %; za projekte, ki jih financira EU, pa 5 %. V tem okviru izračunamo ekonomsko notranjo stopnjo donosa in ekonomsko neto sedanjo vrednost, lahko pa tudi ekonomsko relativno neto sedanjo vrednost in ekonomsko dobo vračanja.

4.3 Vprašanja za utrjevanje znanja

Poglavje vsebuje dve podpoglavji, prvo je namenjeno ponovitvi mer za vrednotenje investicijskih projektov, drugo pa načinu obravnave investicijskih projektov z vidika stroškov in koristi. Tako je prva skupina vprašanj namenjena utrjevanju pojmov vrednotenja investicijskih projektov, druga pa razumevanju pristopov k analizi stroškov in koristi investicijskih projektov.

1. Mere za vrednotenje investicijskih projektov
 - a. Opišite potek obravnave investicije z vidika stroškov in koristi? Kaj opazujemo? Koliko časa?
 - b. Kaj je osnovna zamisel pri opredelitvi mere neto sedanje vrednosti investicijskega projekta?
 - c. Kaj moramo storiti, da so vlaganja in donosi pri izračunu neto sedanje vrednosti investicijskega projekta med seboj primerljivi?
 - č. Glede na izračunano neto sedanjo vrednost, kateri projekti so bolj zaželeni?
 - d. Ali neto sedanja vrednost omogoča ustrezno primerjavo med projekti z različnimi značilnostmi? Odgovor komentirajte.
 - e. Katere podatke moramo poznati pri izračunu neto sedanje vrednosti?
 - f. Kaj je diskontna stopnja?
 - g. Kaj je relativna neto sedanja vrednost? Ali relativna neto sedanja vrednost omogoča dobro primerjavo med različnimi projekti? Odgovor komentirajte.
 - h. Kaj nam pove doba vračanja? Kako jo izračunamo?
 - i. Kateri projekti so glede na dolžino dobe vračanja bolj zaželeni? Odgovor komentirajte.
 - j. Kako diskontna stopnja vpliva na vrednost neto sedanje vrednosti? Kakšna je smer povezanosti med obema parametroma? Odgovor komentirajte.
 - k. Kako je opredeljena notranja stopnja donosnosti? Kako jo poiščemo?
 - l. Kateri projekti so glede na vrednost notranje stopnje donosa bolj zaželeni? Odgovor komentirajte.
2. Finančna in ekonomska analiza investicijskih projektov
 - a. Kaj je finančna analiza projekta? Kaj pri finančni analizi upoštevamo?

- b.** Kateri so vhodni podatki finančne analize?
- c.** Naštejte vsaj tri korake izvedbe finančne analize. Enega med njimi komentirajte.
- č.** Kaj je ekonomska doba investicijskega projekta? Ocenite ekonomske dobe gradbenih in infrastrukturnih investicijskih projektov.
- d.** Naštejte vsaj tri vrste stroškov investicije. Ena med njimi komentirajte.
- e.** Kakšna je razlika med finančno in ekonomsko analizo?
- f.** Naštejte vsaj tri elemente ekonomske analize, ki pomenijo posredno korist za družbo. Ena med njimi komentirajte.
- g.** Naštejte dve posredni koristi za projekt izgradnje mestne obvoznice in ju komentirajte.
- h.** Naštejte dve posredni koristi za projekt izgradnje mestnega parka in ju komentirajte.

4.4 Povzetek poglavja

V tem poglavju je najprej predstavljen osnovni okvir vrednotenja investicijskih projektov, ki temelji na razumevanju ekvivalence glavnice in diskontiranju. S prikazom časovne razporeditve stroškov in koristi pojasnimo, zakaj je za presojo dolgoročnih investicij nujno vse vrednosti preračunati na enotno časovno točko. Tak pristop omogoča primerljivo obravnavo projektov ter je podlaga za izračun ključnih kazalnikov donosa.

Sledi predstavitev štirih temeljnih mer vrednotenja: neto sedanje vrednosti, relativne neto sedanje vrednosti, dobe vračanja in notranje stopnje donosa. Poglavje pojasni njihovo vlogo pri oceni donosnosti, občutljivosti na diskontno stopnjo ter dobo vračanja naložbe. Te mere so ključne za razvrščanje projektov in ugotavljanje, katere med njimi ustvarjajo največjo finančno korist in hkrati omogočajo primerljivost med projekti različnih obsegov.

Sklepni del se osredotoča na finančno in ekonomsko analizo, ki skupaj zagotavljata celovito presojo investicije. Finančna analiza ocenjuje stroške, prihodke, vire financiranja in denarne tokove z vidika investitorja. Ekonomska analiza javnih investicijskih projektov pa ocenjuje njihov vpliv na celotno skupnost, pri čemer upošteva tako pretvorbo tržnih cen v obračunske kot tudi družbene učinke, ki jih je mogoče finančno ovrednotiti.

5

EKONOMSKA EVALVACIJA INVESTICIJSKIH PROJEKTOV

Peto poglavje je namenjeno spoznavanju in kritičnemu proučevanju primerov javnih investicijskih projektov. V tem oziru bomo spoznali, kako so dokumenti investicijskega načrtovanja zgrajeni in kritično ocenili smiselnost in kakovost predpostavk, izračunov in zaključkov, podanih v investicijski dokumentaciji. Poglavje temelji na spoznanju, da so javne investicije podvržene strogim pravilom in postopkom. Zato je dobro poznavanje zakonskega in metodološkega okvira nujno za njihovo ustrezno načrtovanje. Posebno vlogo ima metodološki okvir, ki določa standarde priprave in obravnave projektov skozi celoten življenjski cikel. Hkrati poglavje opozarja na raznolikost projektov glede vrednosti, kompleksnosti ter prostorskih in okoljskih zahtev, kar zahteva različno podrobno dokumentacijo. Poudarjen je tudi pomen preglednega odločanja, zlasti v razmerah omejenih javnih virov.

Učni cilji poglavja so razviti razumevanje ekonomske evalvacije javnih investicijskih projektov ter sposobnost branja, razlage in kritične presoje investicijske dokumentacije, kot jo določa Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicij na področju javnih financ. Študenti spoznajo namen in strukturo ključnih dokumentov ter vlogo analize obstoječega stanja, ciljev, variant, stroškov, koristi, tveganj, tehničnih in okoljskih vidikov pri pripravi projektov. Prav tako razumejo povezavo med predhodno, sprotno in naknadno evalvacijo, kar omogoča dosledno spremljanje projekta skozi faze načrtovanja, izvedbe in obratovanja.

5.1 Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije na področju javnih financ

Za različne namene obstajajo različna pravila za načrtovanje javnih investicijskih projektov. Za slovenske razmere je temeljni dokument Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije na področju javnih financ (UEM, Uradni list RS, št. 60/06). Na osnovi splošne uredbe sta bili oblikovani tudi uredbi za posamezni področji (področje državnih cest in javne železniške infrastrukture, področje obrambe). Uredba je zavezujoča in jo je treba ustrezno upoštevati pri pripravi

vseh javnih investicijskih projektov. Področne uredbe upoštevajo smernice splošne uredbe, dodajajo pa pravila, ki so vezana na posebnosti področja, ki ga obravnavajo. V nadaljevanju podajamo kratek pregled vsebine splošne uredbe (UEM, 2006). Uredba vsebuje sedem poglavij:

1. Splošne določbe,
2. Osnove za ovrednotenje in ocenjevanje investicij,
3. Vrste in obvezna vsebina investicijske dokumentacije,
4. Postopki in udeleženci pri pripravi investicijske dokumentacije ter ocenjevanju investicij,
5. Investicijska dokumentacija ter postopki in udeleženci pri pripravi ter ocenjevanju projektov, ki se umeščajo v prostor,
6. Merila za ugotavljanje učinkovitosti investicije,
7. Prehodne in končne določbe.

V splošnih določbah so predstavljeni okvir uredbe in ključna pravila za pripravo dokumentacije:

- vsebina uredbe;
- pomen uporabljenih izrazov: terminološki slovarček pojmov, povezanih z investicijskimi projekti, uporaben vedno, kadar smo v dvomih glede pomena izrazov, povezanih z javnimi investicijskimi projekti;
- področja uporabe: uredba se nanaša pravzaprav na vse javne investicijske projekte z vrednostjo nad 100.000 evrov;
- mejne vrednosti: vrste zahtevanih dokumentov oziroma metodoloških pristopov so odvisne od vrednosti investicij in nekaterih drugih vidikov, kot so na primer tehnološka zahtevnost investicijskega projekta, bistvene finančne posledice v ekonomski dobi, sofinanciranje s proračunskimi sredstvi.

Osnove za ovrednotenje in ocenjevanje investicij obsegajo pregled pristopov in metod, ki jih je treba uporabiti pri pripravi in ovrednotenju investicijskih projektov:

- metodološke osnove so metodološki okvir, ki opredeljuje:
 - nujnost in pristop k določanju ciljev,
 - pripravo in obravnavo variant za uresničevanje ciljev,
 - usmeritve za pripravo analize stroškov in koristi in
 - usmeritve za ugotavljanje občutljivosti variant in izbiro najboljše variante;
- pregled nekaterih metod za presojo upravičenosti investicijskega projekta (analiza stroškov in koristi, analiza tveganja, analiza občutljivosti, analiza vplivov, multikriterijska metoda);
- splošna diskontna stopnja, ki jo določi minister za finance (7 %).

Poglavje Vrste in obvezna vsebina investicijske dokumentacije prinaša najprej pregled vrst investicijske dokumentacije, nato pa določi njihove obvezne vsebine. Glede na faze projekta so predpisane naslednje vrste investicijske dokumentacije:

- pri načrtovanju investicijskega projekta – predhodno (*ex ante*) vrednotenje:
 - dokument identifikacije investicijskega projekta,
 - predinvesticijska zasnova,
 - investicijski program ali njegova novelacija;
- najpozneje do začetka javnega razpisa za izvedbo (če ni sestavni del predhodnih dokumentov):
 - študija izvedbe investicijskega projekta;
- v fazi izvedbe investicijskega projekta (sprotno vrednotenje):
 - poročilo o izvajanju investicijskega projekta;
- v fazi obratovanja investicijskega projekta – naknadno (*ex post*) vrednotenje:
 - poročilo o spremljanju učinkov investicijskega projekta.

V nadaljevanju poglavja sledi opredelitev najpomembnejših vsebin zgoraj navedenih dokumentov s poudarkom na elementih evalvacije projekta. Za podrobnejši vpogled lahko vedno uporabite kar sam dokument enotne metodologije.

Najpomembnejša dokumenta v fazi priprave sta dokument identifikacije investicijskega projekta in investicijski program. Pri tem se lahko pri manjših projektih potrebne vsebine združijo v dokumentu identifikacije investicijskega projekta. Ker glede na obseg in v okviru opredeljenih ciljev tega predmeta podrobnejša obravnava projektne dokumentacije ni predvidena, v nadaljevanju tega poglavja predstavljamo strukturo obeh dokumentov in nato v naslednjih poglavjih preidemo na modela predhodne in naknadne evalvacije.

Dokument identifikacije investicijskega projekta mora v skladu z uredbo vsebovati:

1. uvodno pojasnilo z navedbo investitorja, izdelovalcev investicijskega programa, upravljavca in strokovnih služb, odgovornih za pripravo investicijske in projektne dokumentacije;
2. analizo obstoječega stanja z opisom razlogov za investicijsko namero;
3. opredelitev razvojnih možnosti in ciljev investicije z umestitvijo v razvojne strategije in politike;
4. analiza variant, najmanj primerjava z alternativo »brez investicije«;
5. opredelitev vrste investicije z oceno investicijskih stroškov;
6. opredelitev osnov, ki določajo investicijo (predhodna študija, analiza lokacije, specifikacija investicijskih stroškov, časovni načrt izvedbe, vidiki varstva okolja, organizacijska shema projekta, opredelitev virov financiranja ter opredelitev ele-

mentov uporabe investicijskega objekta (obseg oziroma stopnja izrabe zmogljivosti, finančna in ekonomska analiza investicije);

7. ugotovitev smiselnosti in možnosti nadaljnje priprave investicijske, projektne in druge dokumentacije.

Dokument identifikacije investicijskega projekta je prva informacija za odločevalce, ki se na njegovi osnovi odločajo o nadaljevanju. Dokument je namenjen oceni posameznega investicijskega projekta, vsekakor pa investicijski projekti med seboj pogosto »tekmujejo«, saj navadno ni na voljo toliko finančnih sredstev, da bi lahko izvedli vse dobre projekte. Zato morajo biti elementi vrednotenja v vsaki fazi priprave pripravljeni čim bolj natančno in kakovostno. Ker je dokument identifikacije investicijskega projekta prvi korak priprave projekta, je njegov pomen v utemeljitvi vrednosti nameravanega investicijskega projekta za neposredne in posredne deležnike. V dokumentu je treba zato čim bolj natančno predstaviti pričakovane rezultate v času uporabe objekta. S tem po eni strani omogočimo ocenjevanje pomena investicij, po drugi pa so to temeljna izhodišča za spremljanje učinkov oziroma naknadno evalvacijo investicije.

Po potrditvi smiselnosti nadaljnje priprave projekta na osnovi dokumenta identifikacije investicijskega projekta sledi nadgradnja dokumentacije. Pri projektih manjših vrednosti lahko z ustrezno vsebino dopolnimo dokument identifikacije investicijskega projekta, navadno pa je izhodišče za izvedbo investicijskega projekta investicijski program. Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije določa:

1. uvodno pojasnilo s predstavitvijo investitorja, izdelovalcev investicijskega namena in ciljev investicijskega projekta, pojasnila poteka aktivnosti in morebitnih sprememb;
2. povzetek investicijskega programa s cilji investicije, strokovnimi podlagami, predstavitvijo variant, predvideno organizacijo za izvedbo in spremljanje učinkov investicije, prikaz ocenjene vrednosti investicije ter finančne konstrukcije;
3. osnovne podatke o investitorju, izdelovalcih investicijske dokumentacije in prihodnjem upravljavcu;
4. analizo obstoječega stanja;
5. analizo tržnih možnosti;
6. tehniški in tehnološki del;
7. analizo zaposlenih z investicijo in brez nje;
8. oceno vrednosti projekta;
9. analizo lokacije;
10. analizo vplivov na okolje;

11. časovni načrt izvedbe projekta;
12. načrt financiranja;
13. projekcije prihodkov in stroškov poslovanja po vzpostavitvi delovanja investicije za obdobje ekonomske dobe investicijskega projekta;
14. ovrednotenje drugih stroškov in koristi ter presojo upravičenosti;
15. analiza tveganj in analiza občutljivosti;
16. predstavitev in razlaga rezultatov.

V njem moramo na osnovi ciljev, ki so bili postavljeni v predhodni fazi, natančno opredeliti vse pomembne elemente izvedbe investicijskega projekta, ki so potem jedro dokumentacije javnega razpisa. Sprejemanje investicijskega programa je zadnja redna priložnost za odločitev o potrebnih spremembah ali celo zavrnitvi investicije. Po sprejetju investicijskega programa projekt preide v izvedbo, zato lahko morebitne poznejše spremembe prinesejo precej dodatnih stroškov. Pomembni elementi ocene koristnosti projekta in pričakovanj glede izrabe po predaji v uporabo so bili podani že v dokumentu identifikacije investicijskega projekta. V investicijskem programu jih lahko še nekoliko podrobneje razdelamo za uporabo pri naknadni evalvaciji učinkov uporabe investicijskega objekta. Elementi sprotnega preverjanja pa izhajajo iz načrta izvedbe investicijskega projekta, z opredelitvijo časovnih in finančnih okvirov, zgradbe in tehnologije, obsega, kakovosti, občutljivosti in tveganj.

Postopki in udeleženci pri pripravi investicijske dokumentacije ter ocenjevanju investicij so opredelitev postopkov sprejemanja dokumentacije z opredelitvijo vloge vseh deležnikov, ki morajo biti vključeni v pripravo in vrednotenje investicijskega projekta. Tako je za vsak dokument in pomembne aktivnosti določeno, kako naj postopek poteka in kdo mora biti v postopku udeležen.

Za investicijsko dokumentacijo ter postopke in udeležence pri pripravi ter ocenjevanju projektov, ki se umeščajo v prostor, so opredeljene dodatne zahteve tako glede vsebine dokumentacije kot tudi postopka izvedbe priprave.

Merila za ugotavljanje učinkovitosti investicije so finančna, ekonomska, razvojna merila in merila za usklajenost z normativi, standardi in stroški na enoto učinka. V tem poglavju so navedena omenjena merila in opredelitev minimalnih meril po posameznih dejavnostih. Osnova za izračun finančnih meril je finančni gotovinski tok. Pri ekonomskih merilih pa poleg učinkov, ki jih prinaša investicija upravljavcu (neposredni učinki), opredelimo tudi učinke, ki jih prinaša projekt širši družbi (posredni učinki). Osnova za izračun ekonomskih meril je ekonomski tok. Pri obeh se uporabljajo osnovne metode finančnega in ekonomskega vrednotenja investicijskih projektov (neto sedanja vrednost, notranja stopnja donosnosti in relativna neto sedanja vrednost ali količnik relativne koristnosti). Razvojna merila obsegajo merila za

uresničevanje ciljev gospodarskega razvoja, merila za povečanje na znanju utemeljene družbe, merila za uresničevanje ciljev socialne države, merila za varstvo okolja in merila za zagotavljanje trajnostnega razvoja.

5.2 Predhodna in naknadna evalvacija investicijskega projekta

Kot smo videli v prejšnjem poglavju, so v Uredbi o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije za javne investicijske projekte opredeljene vrste dokumentacije, ki vsebujejo ovrednotenje javnih investicijskih projektov:

- predhodno vrednotenje (*ex ante*) v fazi načrtovanja investicijskega projekta;
- sprotno vrednotenje v fazi izvedbe investicijskega projekta in
- naknadno vrednotenje (*ex post*) v fazi obratovanja investicijskega objekta.

V fazi načrtovanja moramo pripraviti in preveriti vse potrebno za uspešno izvedbo investicijskega projekta in po zaključku projekta tudi uspešno in trajno obratovanje investicijskega objekta. Zato je treba v fazi priprave projekta preveriti in ovrednotiti vse vidike izvedbe investicijskega projekta in tudi vse vidike trajne uporabe investicijskega objekta. S predhodnim vrednotenjem postavljamo merila tako za sprotno vrednotenje kot tudi za naknadno vrednotenje. Projekt je v fazi izvedbe uspešen, če dosega postavljene projektne cilje. Končno merilo o uspešnosti naložbe pa so seveda rezultati v času obratovanja objekta, pri čemer je ocena uspešnosti odvisna od doseganja poprej postavljenih ciljev.

Kaj je predmet obravnave predhodnega vrednotenja, je najbolj razvidno iz zahtevane strukture investicijskega programa, v katerem so vsa poglavja, razen uvodnih dveh, namenjena predhodni evalvaciji (Tabela 8). V nadaljevanju so predstavljeni ključni elementi investicijskega projekta, ki skupaj tvorijo osnovo njegove strukture, ocenjujejo izvedljivost, finančno upravičenost ter vplive projekta.

Tabela 8: Pregled elementov predhodne evalvacije z navezavo na sprotno in naknadno evalvacijo

Evalvacija	Predhodna evalvacija	Sprotna evalvacija	Naknadna evalvacija
analiza obstoječega stanja	ocena stanja je osnova za odločitve o prioriteti projekta	spremljanje potreb, povratne informacije uporabnikov	analiza doseženih rezultatov in učinkov
analiza tržnih možnosti	ocena tržnih možnosti je izhodišče za opredelitev pričakovanega prispevka projekta	spremljanje povpraševanja in sprememb trga	analiza realizacije tržnih možnosti

Evalvacija	Predhodna evalvacija	Sprotna evalvacija	Naknadna evalvacija
tehniški in tehnološki del	tehnološka osnova projekta omogoča okvirno opredelitev poteka projekta in oceno učinkov ter koristi v dobi uporabe objekta	nadzor kakovosti izvedbe, skladnost z načrti	ocena delovanja
analiza z investicijo in brez nje	primerjava scenarijev za dokaz utemeljenosti projekta	analiza, ali se vzpostavlja pričakovan scenarij investicije	analiza stanja izvedbe, primerjava z načrtom
ocena vrednosti projekta	določitev celotne investicijske vrednosti in upravičenosti stroškov	spremljanje izvedbenih stroškov	končni obračun, primerjava načrtovanih in izvedenih stroškov
analiza lokacije	ocena ustreznosti lokacije glede prostorskih pogojev, dostopnosti in skladnosti s predpisi	sprotno preverjanje lokacije, skladnost z dovoljenji	presoja dejanske ustreznosti lokacije
analiza vplivov na okolje	določitev okoljskih vplivov in potrebnih zmanjševalnih ukrepov	analiza vplivov med investicijo	spremljanje okoljskih učinkov v času uporabe
časovni načrt izvedbe projekta	oblikovanje predvidenega časovnega okvira in mejnikov	spremljanje rokov, tveganj, zamud in korektivnih ukrepov	analiza izvedenih rokov ter identifikacija razlogov za zamude
načrt financiranja	določitev virov financiranja in finančne vzdržnosti projekta	spremljanje črpanja sredstev	analiza ustreznosti financiranja
projekcije prihodkov in stroškov poslovanja po vzpostavitvi delovanja investicije za obdobje ekonomske dobe investicijskega projekta	cena pričakovanih prihodkov, stroškov in vzdržnosti	spremljanje izvedljivosti poslovnega modela	primerjava projekcij in realizacije
ovrednotenje drugih stroškov in koristi ter presojo upravičenosti	ocena družbenih in netržnih učinkov	spremljanje družbenih in netržnih učinkov	merjenje dejanskih družbenih koristi

Evalvacija	Predhodna evalvacija	Sprotna evalvacija	Naknadna evalvacija
analiza tveganj in analiza občutljivosti	analiza tveganj in občutljivosti rezultatov	spremljanje tveganj in prilagajanje ukrepov	analiza uresničenih tveganj in pridobljene izkušnje
predstavitev in razlaga rezultatov	povzetek ugotovitev s priporočilom za izvedbo	sprotno poročanje političnim odločevalcem	končno poročilo in vrednotenje učinkov ter podaja predlogov izboljšav

5.3 Vprašanja za utrjevanje znanja

Vprašanja za utrjevanje znanja se nanašajo na izbrani dokument javnega investicijskega projekta. Za vajo na internetu poiščite in izberite primeren dokument identifikacije investicijskega projekta ter odgovorite na spodnja vprašanja.

1. Vprašanja v nadaljevanju se nanašajo na omenjeno gradivo.
2. Katera poglavja obsega investicijski dokument, ki ga obravnavate?
3. Kdo je investitor?
4. Kako je opredeljen namen? Ocenite, ali je opredelitev namena primerna, dovolj široko postavljena (pomislite na vrsto in obseg pričakovanih koristi).
5. Kako so opredeljeni cilji? Ali so ustrezno opredeljeni (pomislite na zahtevo, da je cilj izdelek ali dovolj podrobno opredeljen rezultat, če je le mogoče, kvantitativno ovrednoten)?
6. Kolikšna je vrednost investicije? Zakaj je vrednost po stalnih cenah nižja od ocenjene vrednosti po tekočih cenah?
7. Katere vire financiranja predvideva investicijski program?
8. Kako je obdelana utemeljitev izbire optimalne variante? Katere variante so upoštevane? Ali je to dovolj? Ali bi bilo treba nameniti več pozornosti obdelavi variant?
9. Kakšni so rezultati finančne analize? Ali so v tabeli rezultata finančne analize kakšne nejasnosti ali celo napake?
10. Komentirajte rezultate ekonomske analize.
11. V katere kategorije so klasificirane koristi projekta? Ali so koristi smiselno opredeljene? Ali lahko dodate še kakšno korist, ki bi jo lahko izpeljali iz obravnavanega projekta?
12. Kdo je bodoči upravljavalec investicijskega objekta?
13. Kako se bo s projektom spremenil obseg storitev?

14. Kako podrobno je predstavljen gradbeni del investicije? Katere elemente obsega predstavitev?
15. Kaj obsega analiza vpliva investicijskega projekta na okolje? Katere vplive obravnava? Ali so po vašem mnenju to vsi možni vplivi? Ali bi bilo treba še kaj dodati?
16. Ocenite obseg in kakovost vsebine analize izvedljivosti? Ali sploh podaja primer-na dejstva, ki bi zagotavljala obvladovanje tveganj v zvezi z izvedljivostjo?
17. Kakšna je struktura financiranja investicijskega projekta?
18. Kateri parametri finančne analize so bili izbrani?
19. Kako so opredeljeni stroški in prihodki, ki se upoštevajo pri izračunu finančne analize?
20. Komentirajte tabelo in rezultate izračuna finančne neto vrednosti projekta.
21. Katera so ključna izhodišča ekonomske analize investicijskega projekta?
22. Katere zunanje koristi so upoštevane v ekonomski analizi?
23. Navedite in komentirajte izračunane mere uspešnosti projekta z vidika ekonomskega toka.
24. Katere od navedenih drugih stroškov in koristi bi lahko še ovrednotili tudi finančno? Kako?
25. Kako je izvedena analiza občutljivosti? Kateri elementi imajo največji vpliv na finančno in ekonomsko neto vrednost projekta? Pojasnite, zakaj.
26. Kako je izvedena analiza tveganj?
27. Ocenite celovitost in natančnost analize tveganj? Ali je zadostna?

5.4 Povzetek vsebine

V tem poglavju je predstavljen celovit pregled postopkov in zahtev, ki oblikujejo pripravo in obravnavo javnih investicijskih projektov. Poglavje izhaja iz potrebe po enotni metodološki ureditvi javnih investicij in pojasni, kako zakonsko določeni postopki usmerjajo pripravo dokumentacije v vseh fazah življenjskega cikla projekta. Poseben poudarek je namenjen razumevanju različnih vrst investicijske dokumentacije ter njihove vloge pri zagotavljanju preglednosti, strokovne utemeljenosti in sledljivosti odločitev v razmerah omejenih javnih virov.

V nadaljevanju poglavje podrobneje predstavi strukturo ključnih dokumentov, kot sta dokument identifikacije investicijskega projekta in investicijski program. Pojasnjeni so bistveni elementi teh dokumentov – od analize obstoječega stanja in preverjanja tržnih možnosti do tehničnih, prostorskih in okoljskih vidikov, ki določajo izvedljivost projekta. Obravnavane so tudi razlike med projekti glede na njihovo vrednost, kompleksnost in prostorsko umeščenost, kar vpliva na zahtevnost priprave in natančnost analiz, potrebnih za utemeljitev investicijske namere.

Zaključni del poglavja poudari pomen doslednega, sistematičnega in transparentnega procesa odločanja, ki omogoča presojo smiselnosti in dolgoročne upravičenosti projektov. Prikazana je vloga različnih faz evalvacije pri spremljanju projektov od načrtovanja do obratovanja ter pomen povezovanja teh faz za zagotovitev trajnosti in učinkovitosti naložb. Poglavje tako vzpostavi temelj za celovito razumevanje postopkov javnega investiranja in kritično branje investicijske dokumentacije kot ključnih orodij pri odgovornem upravljanju javnih sredstev.

5.5 Literatura in viri

Uredba o enotni metodologiji za pripravo in obravnavo investicijske dokumentacije na področju javnih financ, Uradni list RS, št. 60/06.

6

LINEARNA ALGEBRA

Linearna algebra je temeljni matematični okvir za razumevanje številnih naprednejših metod v statistiki in optimizaciji. Njeni osnovni pojmi in operacije omogočajo analitično obravnavo sistemov linearnih enačb, matrik in vektorjev, ki so ključni pri modeliranju in reševanju praktičnih problemov na področjih javne uprave, ekonomije in inženirstva.

Učni cilji poglavja so spoznavanje temeljnih konceptov linearne algebre, ki so osnova za razumevanje naprednejših statističnih metod in optimizacijskih modelov. Poglavje vsebuje več zaokroženih vsebinskih sklopov, ki študentu omogočajo sistematičen vpogled v ključne elemente linearne algebre. Kratek pregled osnov linearne algebre študentom zagotavlja potrebno teoretično podlago za razumevanje zahtevnejših konceptov in omogoča praktično opredeljevanje ter analizo optimizacijskih modelov. Prvi del uvaja sisteme linearnih enačb ter Gauss-Jordanovo metodo reševanja, ki je temelj za razumevanje linearnega programiranja. Sledi obravnavo osnovnih algebrskih operacij z matrikami in vektorji, pomembnih za matrični zapis linearnih modelov. Poglavje študentom prav tako omogoča razumevanje, kako osnovne metode linearne algebre služijo kot orodje za analizo in rešitev praktičnih problemov v različnih disciplinah. Poglavje zaokrožuje predstavitev linearnih kombinacij, linearne (ne)odvisnosti ter konceptov inverzne matrike in determinant, ki so ključni pri presojanju rešljivosti sistemov ter delovanju algebrskih in optimizacijskih metod.

6.1 Sistemi linearnih enačb

Sistemi linearnih enačb so nabori linearnih enačb, ki jih rešujemo skupaj s ciljem poiskati vrednosti vseh nastopajočih spremenljivk. Gauss-Jordanova izločitvena metoda je sistematičen postopek za reševanje linearnih enačb in temelji na izločanju spremenljivk v vseh vrsticah, razen eni. Postopek ponavljamo, dokler ne izračunamo vrednosti vseh spremenljivk v sistemu enačb. Postopek najlažje predstavimo s primeri izračunov, zato bomo potek uporabe metode prikazali na treh primerih.

Primer 6.1.1

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 3 \\x_1 + x_2 - x_3 &= 3\end{aligned}$$

V postopku uporabljamo posamezne vrstice, zato da izločimo izbrano spremenljivko iz preostalih vrstic. Pri izbiri vrstice za izračun sledimo ideji izračuna s čim manj računskimi operacijami. Spretnost za hitro in točno reševanje linearnih enačb po tem postopku lahko pridobimo le z vajo. V prvem koraku uporabimo prvo enačbo, da izločimo spremenljivko x_1 iz preostalih dveh. V ta namen najprej pomnožimo prvo enačbo z 2 in rezultat odštejemo od druge enačbe. Nato ponovimo postopek nad tretjo enačbo tako, da prvo enačbo od nje odštejemo. Postopek imenujemo elementarne vrstične operacije. Rezultat tega izračuna je sistem:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\- 5x_2 + x_3 &= -5 \\- x_2 - 2x_3 &= -1\end{aligned}$$

Za izločanje spremenljivke smo uporabili eno samo enačbo (prvo). To nam zagotavlja, da ima nova enačba natanko enake rešitve kot originalna. V drugem koraku uporabimo za izločanje spremenljivke x_2 drugo enačbo. V ta namen drugo enačbo najprej delimo s 5. Izračunano enačbo

$$- x_2 + \frac{1}{5}x_3 = -1$$

odštejemo od tretje enačbe, nato še pomnoženo z 2 prištejemo k prvi enačbi. Tako dobimo sistem, v katerem je x_1 samo v prvi enačbi in x_2 samo v drugi.

$$\begin{aligned}x_1 + \quad + \frac{7}{5}x_3 &= 2 \\x_2 - \frac{1}{5}x_3 &= 1 \\- \frac{11}{5}x_3 &= 0\end{aligned}$$

Postopek smo spet izvedli z eno samo enačbo, zato smo še vedno lahko prepričani, da je rešitev nove enačbe identična rešitvi originalne enačbe. V zadnjem koraku zdaj uporabimo za izločanje spremenljivke x_3 v prvih dveh enačbah tretjo enačbo. To storimo preprosto tako, da x_3 v prvih dveh enačbah nadomestimo z vrednostjo, izračunano v tretji enačbi $x_3 = 0$. Dobimo enolično rešitev sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2 \\x_2 &= 1 \\x_3 &= 0\end{aligned}$$

Ni pa nujno, da je sistem vedno tako lepo rešljiv. Pri reševanju sistemov lahko naletimo na dve drugačni situaciji, in sicer na nerešljiv sistem linearnih enačb ali na sistem enačb z neskončno mnogo rešitvami.

Primer 6.1.2

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 2\end{aligned}$$

Najprej iz druge in tretje enačbe izločimo x_1 .

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\- x_2 + x_3 &= -3 \\- x_2 + x_3 &= -6\end{aligned}$$

Nato iz prve in tretje enačbe izločimo x_2 .

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_3 &= -2 \\x_2 - x_3 &= 3 \\0 &= -3\end{aligned}$$

Na osnovi enačbe 3 ugotovimo, da sistem nima rešitve.

Primer 6.1.3

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 5\end{aligned}$$

Najprej iz druge in tretje enačbe izločimo x_1 .

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\- x_2 + x_3 &= -3 \\- x_2 + x_3 &= -3\end{aligned}$$

Nato iz prve in tretje enačbe izločimo x_2 .

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_3 &= -2 \\x_2 - x_3 &= 3 \\0 &= 0\end{aligned}$$

Enačba 3 je enakost. Rešitev sistema lahko zdaj izrazimo s spremenljivko x_3 .

$$\begin{aligned}x_1 &= -2 - 3x_3 \\x_2 &= 3 + x_3\end{aligned}$$

Kadar lahko izrazimo rešitev sistema linearnih enačb z neko (nebavno) spremenljivko, ima sistem neskončno mnogo rešitev, saj lahko nebavna spremenljivka zasede katero koli vrednost njenega definicijskega območja.

V splošnem je lahko sistem m linearnih enačb z n spremenljivkami:

1. nerešljiv,
2. enolično rešljiv ali
3. ima neskončno število rešitev.

Pri reševanju sistemov linearnih enačb s pomočjo Gauss-Jordanove metode eliminacije uporabljamo dve elementarni vrstični operaciji:

- spremenimo posamezno enačbo z množenjem z neničelnim skalarjem,
- spremenimo posamezno enačbo s prištevanjem druge, s skalarjem pomnožene enačbe.

Preurejeni sistem m linearnih enačb ima iste rešitve kot originalni sistem. Kadar pridemo do enačbe $0 = 0$, jo opustimo in nadaljujemo reševanje brez nje. Kadar naletimo na enačbo $0 = a$, kjer je a poljubni neničelni skalar, postopek ustavimo, sistem nima rešitve.

V splošnem ima prečiščen sistem brez identitet natanko eno rešitev, kadar je število preostalih enačb p enako številu spremenljivk, $n = p$. Kadar je $n > p$ ima sistem neskončno mnogo rešitev, pri čemer ima p bazičnih spremenljivk, s katerimi izrazimo rešitev in $n - p$ nebazičnih spremenljivk, ki predstavljajo rešitev.

6.2 Operacije nad vektorji in matrikami

Operacije nad vektorji in matrikami tvorijo linearno algebro.

Matrika je pravokoten niz števil, zapisanih v obliki:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrika ima dimenzijo $m \times n$, kadar ima m vrstic in n stolpcev. Če je $m = 1$, potem imamo enovrstično matriko, to je vrstični vektor, če je $n = 1$, potem je to stolpčni vektor. Vektor lahko zapišemo v vrstični ali v stolpčni obliki.

Enakost dveh matrik z istimi dimenzijami:

Imejmo matriki A in B enakih dimenzij:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ in } B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Potem $A = B$ pomeni, da je $a_{ij} = b_{ij}$ za vse $i = 1, 2, \dots, m$ in $j = 1, 2, \dots, n$.

Množenje matrike A s skalarjem k :

$$kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & \cdots & ka_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

Seštevanje dveh matrik z istimi dimenzijami:

Imejmo matriki A in B enakih dimenzij:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ in } B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Potem je

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Množenje matrike dimenzije $m \times n$ z matriko dimenzije $n \times p$:

Imejmo matriki:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ in } B = \begin{pmatrix} b_{11} \cdots b_{1j} \cdots b_{1n} \\ \vdots \ddots \vdots \ddots \vdots \\ b_{m1} \cdots b_{mj} \cdots b_{mn} \end{pmatrix}$$

Potem je produkt obeh matrik AB matrika dimenzije $m \times p$, ki jo izračunamo takole:

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & \cdots & a_{11}b_{1p} + \cdots + a_{1n}b_{np} \\ \vdots & a_{i1}b_{1j} + \cdots + a_{in}b_{nj} & \vdots \\ a_{m1}b_{11} + \cdots + a_{mn}b_{n1} & \cdots & a_{m1}b_{1p} + \cdots + a_{mn}b_{np} \end{pmatrix}$$

Kot primer izračunajmo produkt matrik:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ in } B = \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 14 & 15 \\ 17 & 18 \end{pmatrix}$$

Rezultat je:

$$AB = \begin{pmatrix} 2 \times 11 + 3 \times 14 + 4 \times 17 & 2 \times 12 + 3 \times 15 + 4 \times 18 \\ 5 \times 11 + 1 \times 14 + 0 \times 17 & 5 \times 12 + 1 \times 15 + 0 \times 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 132 & 141 \\ 69 & 75 \end{pmatrix}$$

Produkt matrik A in B je definiran le, če je število stolpcev matrike A enako številu vrstic matrike B. Kadar je glede na zgornjo definicijo mogoče izračunati tudi produkt BA, je rezultat navadno drugačen od produkta AB.

Produkt matrik je asociativen. Če imamo tri matrike ABC, za katere sta definirana medsebojna produkta AB in BC, potem velja:

$$(AB)C = A(BC)$$

Sisteme linearnih enačb pogosto predstavljamo v matrični obliki. Sistem

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \\ a_{m1}x_1 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}$$

lahko tako zapišemo kot

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

ali kot

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} x_1 + \cdots + \begin{pmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} x_n = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Torej je matrična enačba $A\vec{x} = \vec{b}$, kjer je A dana matrika dimenzije $m \times n$, $\vec{b}$ je dan stolpčni vektor z m komponentami in $\vec{x}$ neznani stolpčni vektor z n dimenzijami, linearni sistem m enačb in n spremenljivk.

Sledijo še naslednje definicije:

- Kvadratna matrika** je matrika z istim številom vrstic in stolpcev.
- Identična matrika** I je kvadratna matrika, ki ima po diagonali vrednosti 1 in vrednosti 0 povsod drugod:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- Ničelna matrika** vsebuje same ničle. Podobno so vse komponente ničelnega vektorja enake 0.
- Transponirana matrika** matrike

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ je matrika } A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Kvadratna matrika je simetrična, če velja $a_{ij} = a_{ji}$ za vsak i in j . Za simetrično matriko tako velja $A^T = A$.

6.3 Linearne kombinacije

Predpostavimo, da vektor $(1, 3)$ predstavlja vsebino navadne 200-gramske pločevinke mešanih oreškov (50 gramov indijskih oreškov in 150 g arašidov), vektor $(1, 1)$ pa vsebino »deluxe« pločevinke (50 g indijskih oreškov in 50 g arašidov). Ali lahko z ustreznima količinama obeh mešanic dobimo mešanico 100 gramov indijskih ore-

škov in 150 gramov arašidov? Odgovor je uporaba x_1 navadne mešanice in x_2 »deluxe« mešanice, tako da zadostimo enačbi:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

To pa ni nič drugega kot sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 \\ 3x_1 + x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Rešitev je $x_1 = \frac{1}{2}$ in $x_2 = \frac{3}{2}$. Da dobimo želeno kombinacijo, moramo torej zmešati polovico pločevinke navadne mešanice in tri polovice pločevinke mešanice »deluxe«.

Kako bi dobili 50 gramov samih indijskih oreškov brez arašidov? Zapišimo enačbo:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rešitev $(x_1, x_2) = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$, kar pomeni, da moramo iz pločevinke in pol »deluxe« mešanice izločiti za pol pločevinke navadne mešanice. Rešitev je malce nenavadna in je ni vedno mogoče uresničiti.

Vektor v obliki $x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ imenujemo linearno kombinacijo vektorjev $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Kot smo videli, smo lahko vektorja $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ izrazili kot linearno kombinacijo vektorjev $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Vprašanje pa je, kako postaviti splošno pravilo za določanje linearnih kombinacij vektorjev, s katerimi izrazimo izbrane vektorje.

Ali torej lahko poljuben vektor $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ izrazimo kot linearno kombinacijo vektorjev $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$? Odgovor je dokaj preprost. Dovolj je, da zapisani poljubni vektor vključimo v sistem enačb: $x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Enolično rešitev } x_1 = \frac{b_2 - b_1}{2}, x_2 = \frac{3b_1 - b_2}{2}$$

izračunamo s pomočjo ekvivalentnega sistema enačb: $\begin{aligned} x_1 + x_2 &= b_1 \\ 3x_1 + x_2 &= b_2 \end{aligned}$

Ne glede na izbiro vrednosti za vektor (b_1, b_2) ga lahko izrazimo kot linearno kombinacijo vektorjev $(1, 3)$ in $(1, 1)$. Vektorja $(1, 3)$ in $(1, 1)$, ki to omogočata, sta linearno neodvisna. Vsi vektorji ne omogočajo izračunati rešitve našega problema. Sistem

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

na primer nima rešitve. Vektor $(2, 2)$ je večkratnik vektorja $(1, 1)$, kar pomeni, da je njegova linearna kombinacija. Vektorja $(2, 2)$ in $(1, 1)$ sta linearno odvisna.

Zdaj pa definirajmo koncepta linearne odvisnosti in neodvisnosti na splošno.

- a. Vektor $\vec{b}$ z n komponentami je linearna kombinacija vektorjev $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ vsi s po n komponentami, če je mogoče določiti k realnih števil $x_1, \dots, x_k$, ki zadoščajo enačbi: $x_1 \vec{v}_1 + \dots + x_k \vec{v}_k = \vec{b}$
Rešitev $x_1, \dots, x_k$ lahko poiščemo tako, da enačbo obravnavamo kot sistem linearnih enačb in uporabimo Gauss-Jordanovo metodo.
- b. Množica vektorjev (vsi z n komponentami) je linearno odvisna, če je vsaj en vektor linearna kombinacija drugih. Sicer so linearno neodvisni.
- c. Imejmo n linearno neodvisnih vektorjev $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ s po n komponentami. Potem lahko vsak drug vektor $\vec{b}$ z n komponentami izrazimo kot linearno kombinacijo danih linearno neodvisnih vektorjev: $x_1 \vec{v}_1 + \dots + x_k \vec{v}_k = \vec{b}$

Iskane uteži $x_1, \dots, x_n$ so rešitve enačbe $x_1 \vec{v}_1 + \dots + x_k \vec{v}_k = \vec{b}$, ki jo dobimo z uporabo Gauss-Jordanove metode. Sistem ima natanko eno rešitev, če so le vektorji $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ linearno neodvisni.

Pri linearnem programiranju imamo navadno več spremenljivk kot enačb. Zato si bomo ta primer natančneje pogledali še na enem primeru.

6.4 Inverzna matrika kvadratne matrike

Če sta A in B kvadratni matriki, tako da velja $AB = 1$ (identična matrika), potem je B inverzna matrika k A in jo označimo z A^{-1} . Kvadratna matrika A bodisi nima inverzne matrike bodisi ima enolično inverzno matriko A^{-1} . Prve imenujemo izrojene, druge pa neizrojene. Pri tem ima ključno vlogo linearna neodvisnost vektorjev. Matrika je izrojena, če njeni stolpci tvorijo množico linearno odvisnih vektorjev. Kvadratna matrika, katere stolpci tvorijo množico linearno neodvisnih vektorjev, je neizrojena. Če je matrika B inverzna matrika matrike A, velja tudi obratno, da je A inverzna matrika matrike B.

Neizrojene kvadratne matrike imajo pomembno lastnost. Opazujmo sistem linearnih enačb v obliki:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \text{ ali preprosto zapisano } A\vec{x} = \vec{b}$$

Če je kvadratna neizrojena matrika, potem ima sistem linearnih enačb enolično rešitev, do katere pridemo po naslednjem postopku. Pomnožimo matrično enačbo $A\vec{x} = \vec{b}$ z A^{-1} z leve

$$A^{-1}A\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$$

Na levi dobimo identično matriko $I\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ in tako se enolična rešitev sistema linearnih enačb glasi:

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$$

Izračun inverzne matrike

K dani matriki $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ moramo poiskati matriko $B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$

, tako da je $AB = I$ (identična matrika). Zato mora prvi stolpec matrike B zadostiti

enačbi $A \begin{pmatrix} b_{11} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ (prvi stolpec matrike I). Podobno velja za preostale stolpce

matrike B, na primer j-ti stolpec matrike B mora zadostiti enačbi $A \begin{pmatrix} b_{1j} \\ \vdots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

(j-ti stolpec matrike I). Če želimo torej dobiti inverzno matriko kvadratne matrike z dimenzijo $n \times n$, moramo rešiti n sistemov linearnih enačb, ki jih lahko rešimo s pomočjo Gauss-Jordanove metode. Naloga se zelo poenostavi, če rešujemo sistem v matrični obliki.

Primer 6.4.1

Poiščimo inverzno matriko matrike $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

V ta namen moramo rešiti matrično enačbo:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Načrt je preurediti matriko na levi tako, da bo postala identična matrika.

Najprej zagotovimo vrednost 1 v levem zgornjem kotu te matrike. V ta namen delimo prvo vrstico s 3 in dobimo

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ -4 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zdaj dodamo vrednost 0 levo spodaj. V ta namen odštejemo štirikratnik prve vrstice od druge vrstice in dobimo:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Pomnožimo tretjo vrstico s 3 in malce poenostavimo zapis:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Zdaj nam manjka samo še vrednost 0 zgoraj desno. V ta namen prištejemo $\frac{2}{3}$ druge vrstice k prvi in dobimo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Torej je rešitev, ki smo jo iskali $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Pri tem postopku potrebujemo poleg dveh osnovnih vrstičnih operacij še tretjo, to je zamenjavo dveh vrstic.

Primer 6.4.2

Poiščimo inverzno matriko matrike

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rešujemo torej matrično enačbo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ker je zgornja leva vrednost enaka 0, zamenjamo najprej prvi dve vrstici med seboj.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zdaj delimo prvo vrstico z 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zdaj še odštejemo polovico druge vrstice od prve in dobimo končni rezultat.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.5 Determinante

K vsaki kvadratni matriki priredimo skalarno vrednost, ki jo definiramo kot:

če je $A = (a_{11})$, potem je $\det(A) = a_{11}$

če je $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, potem je $\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

Za matriko dimenzije $n \times n$ pa izračunamo determinanto po naslednjem postopku. Najprej določimo matriko A_{1j} kot matriko dimenzije $(n-1) \times (n-1)$, ki jo dobimo iz matrike A , tako da izbrišemo vrstico 1 in stolpec j . Potem je

$$\det(A) = a_{11}\det(A_{11}) - a_{12}\det(A_{12}) + a_{13}\det(A_{13}) - \dots a_{1n}\det(A_{1n})$$

V formuli znaka $+$ in $-$ alternirata.

Za matriko $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ dimenzije 3×3 dobimo:

$$\det(A) = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

Determinante imajo več zanimivih lastnosti. Tako za kvadratno matriko A velja:

$$\det(A) = 0$$

- A nima inverzne matrike, je izrojena,
- stolpci matrike A tvorijo množico linearno odvisnih vektorjev,
- vrstice matrike A tvorijo množico linearno odvisnih vektorjev.

Determinante so eden od temeljev področja klasične optimizacije (linearnega programiranja), ki ga obravnavamo v naslednjem poglavju.

6.6 Vaje za utrjevanje znanja

I. Sistemi linearnih enačb

1. Določite rešitve sistemov linearnih enačb:

a.

$$\begin{aligned} 3x_1 & \quad - 4x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 4 \\ 2x_2 + x_3 & = 3 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 & = 1 \\ 4x_1 & + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 & = 2 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 2 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= 2\end{aligned}$$

č.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 &= 1 \\ 3x_2 + 7x_3 - x_4 + 5x_5 &= 6\end{aligned}$$

II. Operacije nad vektorji in matrikami

1. Izračunajte: $3 \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 6 \end{pmatrix}$

2. Imamo vektorje: $\vec{x} = (1 \ 1 \ 1)$, $\vec{y} = (3 \ 2 \ 1)$ in $\vec{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Kjer je mogoče, izračunajte izraze:

a. $\vec{x}\vec{z}$

b. $\vec{x}\vec{z}$

c. $\vec{y}\vec{z}\vec{x}$

č. $\vec{y}\vec{x}\vec{z}$

d. $(\vec{x} + \vec{y})\vec{z}$

3. Rešite matrično enačbo $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. Rešite vektorsko enačbo $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} x_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

III. Linearne kombinacije

1. Preverite, ali je vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ linearna kombinacija

a. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Inverzna matrika kvadratne matrike

3. Izračunajte produkt matrik $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & -5 & 4 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 8 & 7 & -4 \\ 10 & 9 & -5 \end{pmatrix}$

4. Kaj je inverzna matrika matrike $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 8 & 7 & -4 \\ 10 & 9 & -5 \end{pmatrix}$?

5. Dokažite, da je matrika $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ izrojena.

Namig: predpostavite, da je inverzna matrika od A matrika $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$

in izračunajte produkt AB . Nato dokažite, da nobena vrednost b_{ij} ne omogoča, da bi

produkt postal identična matrika $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Rešite sistem

$$-3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$$

$$8x_1 + 7x_2 - 4x_3 = -1$$

$$10x_1 + 9x_2 - 5x_3 = 1$$

7. Določite inverzno matriko matrike $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

8. Določite inverzno matriko matrike $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

IV. Determinante

1. Določite determinanto matrike $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

6.7 Povzetek vsebine

Pričujoče poglavje uvaja temeljne koncepte linearne algebre, ki so matematična osnova za razumevanje naprednih statističnih metod in optimizacijskih modelov, zlasti linearne programiranja. Poseben poudarek je na reševanju sistemov linearnih enačb z Gauss-Jordanovo metodo, ki omogoča sistematično iskanje enoličnih rešitev ter prepoznavanje nerešljivih sistemov ali sistemov z neskončno mnogo rešitev. Prek numeričnih primerov so predstavljene elementarne vrstične operacije in pogoji, ki določajo različne vrste rešitev.

Poglavje obravnava osnovne operacije z matrikami in vektorji, vključno z lastnostmi, seštevanjem, množenjem s skalarjem, množenjem matrik ter matričnim zapisom linearnih sistemov. Posebna pozornost je namenjena linearnim kombinacijam ter pojmom linearne odvisnosti in neodvisnosti, ki sta ključna za razumevanje strukture vektorskih prostorov in reševanje sistemov enačb. Ob tem so predstavljeni pojmi inverzne matrike in determinante, ki omogočajo presojo izrojenosti matrik ter določajo pogoje za enolične rešitve.

Nadalje poglavje razširja razumevanje linearnih kombinacij, vektorskih prostorov in lastnosti neizrojenih matrik, ki strukturirajo možnosti za algebrasko manipulacijo, kot sta reševanje matričnih enačb in povezovanje linearnih transformacij. Determinanta je predstavljena kot koncept, ki povezuje algebrske in geometrijske lastnosti linearnih preslikav, omogoča presojo izrojenosti matrik, določanje rešljivosti sistemov in razumevanje sprememb volumna pri preslikavah. Poglavje študentom tako zagotavlja temeljno znanje linearne algebre, nepogrešljivo za nadaljnje razumevanje optimizacijskega modeliranja s pomočjo linearnega programiranja.

Eno od pomembnih področij uporabe metod linearne algebre je optimizacijsko modeliranje s pomočjo linearnega programiranja. Linearno programiranje je metoda, ki nam omogoča reševanje različnih optimizacijskih problemov tako, da jih prevedemo na problem standardnega maksimuma ali na problem standardnega minimuma.

V literaturi je na voljo veliko dobro obdelanih primerov uporabe, na katere se lahko naslonimo pri iskanju rešitve za svoj optimizacijski problem. Najpogostejši primeri uporabe so mešalni problemi, pri katerih poskušamo ob danih omejitvah poiskati razmerje, s katerim bomo dosegli maksimalni dobiček ali povzročili minimalne stroške. Zelo uporaben je tudi transportni problem, s katerim optimiziramo dolžino poti ali stroške dostave blaga iz več virov (pristanišč, skladišč, tovarn) do več ponorov (skladišč, trgovin, tovarn, strank). Linearni program pa lahko uporabimo tudi za optimizacijo razporejanja zaposlenih na različna dela.

Učni cilji poglavja so razumeti temeljna izhodišča optimizacijskega modeliranja v javnem sektorju ter razviti zmožnost oblikovanja, interpretacije in uporabe linearnih programov pri reševanju praktičnih organizacijskih, logističnih ter upravljaljskih izzivov. Poglavje obsega več vsebinskih sklopov, ki študenta postopno vodijo od osnov linearnega programiranja do njegove uporabe v različnih tipičnih problemih. Prvi del uvaža pojem optimizacije ter predstavi tri osnovne korake oblikovanja linearnega programa (opredelitev odločitev, ciljev in omejitev) ob podpori preprostih, toda reprezentativnih primerov iz proizvodnje. Sledi razprava o klasičnih optimizacijskih modelih, kot so dietni problem, transportni problem ter razporejanje virov in aktivnosti, ki osvetljujejo logiko minimiziranja ali maksimiranja izbranega cilja pod danimi omejitvami. Poglavje zaokroža prikaz specializiranih modelov, kot so analiza aktivnosti, optimalna dodelitev nalog in priprava finančnega portfelja, s čimer študenti spoznajo širino uporabe linearnega programiranja ter pridobijo osnovo za razumevanje naprednejših metod, kot je metoda podatkovne ovojnice.

7.1 Uvodni primer

Tovarna računalniške opreme izdeluje številne različne izdelke. Obseg proizvodnje morajo skrbno načrtovati glede na povpraševanje, proizvodne zmogljivosti in obseg dobav ključnih sestavnih delov. Celoten izziv optimalnega načrtovanja za doseganje maksimalnega dobička se nanaša na številne izdelke s številnimi omejitvami. Za potrebe prikaza metode pa si bomo ogledali poenostavljen primer dveh izdelkov.

Za naslednje četrletje podjetje pripravlja načrt obsega proizvodnje za dve vrsti računalnikov, za prenosne in namizne računalnike. Pri tem imajo naslednje potrebe in omejitve:

1. vsak računalnik zahteva po en procesor. Zaradi omejitev pri dobavi lahko tovarna za naslednje četrletje od dobavitelja dobi 10.000 procesorjev;
2. vsak računalnik ima tudi hitri pomnilnik, ki je dobavljiv v 64 MB modulih. Prenosni računalnik ima vgrajen 1 modul, namizni pa 2. Tovarna za naslednje četrletje razpolaga s 15.000 pomnilniškimi moduli;
3. za vsak računalnik potrebujemo tudi čas za sestavljanje. Prenosnik sestavimo v 4 minutah, namizni računalnik pa v 3 minutah. Vsega časa za sestavljanje je v naslednjem obdobju 25.000 minut.

Glede na trenutne razmere na trgu lahko dosežejo z vsakim prenosnikom 750 ameriških dolarjev dobička in z vsakim namiznim računalnikom 1.000 ameriških dolarjev dobička.

Pri tem lahko vodilni v tovarni postavijo več ključnih vprašanj:

- Koliko računalnikov vsake vrste naj naredijo, da bodo dosegli največji možni dobiček?
- Kolikšen je maksimalni dobiček, ki ga lahko dosežejo?
- Koliko bi bili kupci pripravljeni plačati za dodatni pomnilnik v prenosnikih?
- Kaj se zgodi, če se razpoložljivi čas za sestavljanje zaradi nepričakovane okvare stroja zmanjša za 1.000 minut?
- Koliko dobička bi morali prinesiti prenosniki s 128 MB pomnilnika, da bi jih bilo smiselno izdelovati?

S postopkom linearnega modeliranja lahko odgovorimo na večino teh vprašanj hitro in učinkovito v treh korakih:

1. opredelitev modela,
2. reševanje modela in
3. interpretacija modela.

V okviru postopka opredelitve modela določimo odločitvene spremenljivke, cilj in omejitve. Odločitvene spremenljivke so neznane količine, ki jih iščemo. V našem primeru sta to količini izdelkov, ki ju obravnavamo: x_1 število izdelanih prenosnikov in x_2 število izdelanih namiznih računalnikov.

Vsak linearni program ima cilj. Cilj je ali minimiziranje ali maksimiranje rezultata. Cilj je opredeljen linearno, ciljni izrazi so podani kot linearne kombinacije odločitvenih spremenljivk. V našem primeru je cilj doseči maksimalni dobiček, ki je odvisen od količin obeh izdelkov. Ker prinaša prenosnik 750 ameriških dolarjev in namizni računalnik 1.000 ameriških dolarjev dobička, v našem primeru cilj opišemo z linearnim izrazom $0,75 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2$ (pri analizi modela uporabljamo vrednosti v tisoč).

V linearnem programu omejitve določajo območje izvedljivih odločitev. To so elementi, ki jih potrebujemo pri proizvodnji in jih imamo na voljo le v omejenih količinah. V našem primeru so to procesorji, pomnilniške enote in sestavljanje (čas). Standardna omejitev linearnega programiranja pa je nenegativnost (nobena od količin ne more biti negativna).

Omejitve so podane linearno. Izraz na levi je linearna kombinacija odločitvenih spremenljivk, na desni pa je konstantna vrednost, s katero je izraz omejen. Odnos med linearno kombinacijo odločitvenih spremenljivk in konstanto je lahko $\leq$ ali $\geq$ ali $=$.

V vsakega od računalnikov vgradimo po 1 procesor, količina procesorjev je omejena na 10.000, zato se omejitev procesorjev glasi:

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

Za prenosnik potrebujemo po en pomnilniški modul, za namizni računalnik dva, količina je omejena na 15.000 modulov. Omejitev zaradi količine modulov tako zapišemo:

$$x_1 + 2x_2 \leq 15$$

Sestavljanje prenosnika traja 4 minute, sestavljanje namiznega računalnika pa 3 minute. Na voljo imamo 25.000 minut. Omejitev zmogljivosti za sestavljanje računalnikov tako zapišemo kot:

$$4x_1 + 3x_2 \leq 25$$

Ker ne moremo izdelati negativnega števila računalnikov, dodamo še omejitvi nenegativnosti:

$$x_1 \geq 0 \text{ in } x_2 \geq 0$$

Pogosto pripravimo podatke za oblikovanje linearnega programa v tabelo (Tabela 9).

Tabela 9: Tabela podatkov za primer proizvodnje računalnikov

		Profit	Viri			Količine
Izdelek	količina	na enoto v \$	procesorji	pomnilniki	čas za sestavljanje	minimum
	$\vec{x}$	$\vec{c}$	A			
prenosni računalnik	x_1	750	1	1	4	0
namizni računalnik	x_2	1.000	1	2	3	0
zmogljivosti	$\vec{b}$		10.000	15.000	25.000	

Končni model zapišemo v standardni obliki linearnega programa:

$$\begin{aligned}
 &\max 0,75x_1 + 1 \cdot x_2 \\
 &\text{pri omejitvah} \\
 &x_1 + x_2 \leq 10 \\
 &x_1 + 2x_2 \leq 15 \\
 &4x_1 + 3x_2 \leq 25 \\
 &x_1 \geq 0 \\
 &x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Zapišimo zdaj linearni program v splošni obliki:

$$\max \vec{c}^T \vec{x}$$

Količine, ki se nanašajo na potrebne sestavne dele in čas, tvorijo matriko A , s katero množimo iskani vektor $\vec{x}$. Dostopne zmogljivosti vektor $\vec{b}$, ki pa ga – tako kot vse vektorje – upoštevamo v pokončnem zapisu. Tako lahko zapišemo ta del omejitev kot matrično neenačbo:

$$A\vec{x} \leq \vec{b}$$

Preostanejo še omejitve na pozitivne količine:

$$\vec{x} \geq 0$$

To v našem primeru dveh izdelkov in treh omejitev pomeni

$$\max c_1x_1 + c_2x_2$$

$Ax \leq b$ pri omejitvah:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\leq b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &\leq b_2 \\
 a_{31}x_1 + a_{32}x_2 &\leq b_3
 \end{aligned}$$

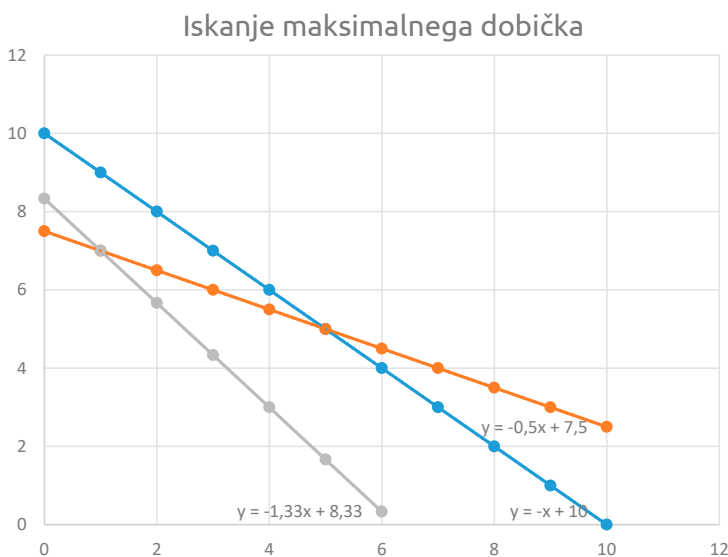
Preostanejo še omejitve na pozitivne količine:

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

Linearne programe z dvema odločitvenima spremenljivkama lahko rešimo tudi grafično. Realni problemi imajo navadno veliko odločitvenih spremenljivk, zato je grafični postopek namenjen predvsem prikazu bistva postopka reševanja linearnih programov. Za reševanje sicer lahko uporabimo različna orodja, orodje za reševanje linearnih programov pa ponuja tudi program Excel (Solver).

Prvi korak postopka grafičnega reševanja linearnega programa je sestavljen iz risanja premic omejitev in določitve polja izvedljivosti (Slika 4). Če vrišemo vse tri omejitvene premice, lahko ugotovimo, da je omejitev našega linearnega programa sestavljena iz omejitve za pomnilniške enote $x_1 + 2x_2 \leq 15$, to je premica oker barve, in omejitve razpoložljivega časa za sestavljanje $4x_1 + 3x_2 \leq 25$, to je premica sive barve. Omejitvi nenegativnosti sta predstavljeni z obema osema. Ker so omejitve (razen omejitev nenegativnosti) postavljene na $\leq$, zapreta polje izvedljivosti že obe omenjeni omejitvi in tako omejitev števila procesorjev $x_1 + x_2 \leq 10$ (modra premica) pri upoštevanju preostalih dveh omejitev sploh ne more biti kršena.

Slika 4: Polje izvedljivosti



Možne rešitve predstavimo z izoprofitnimi premicami. To so vzporedne premice za enačbe za izbrane vrednosti dobička:

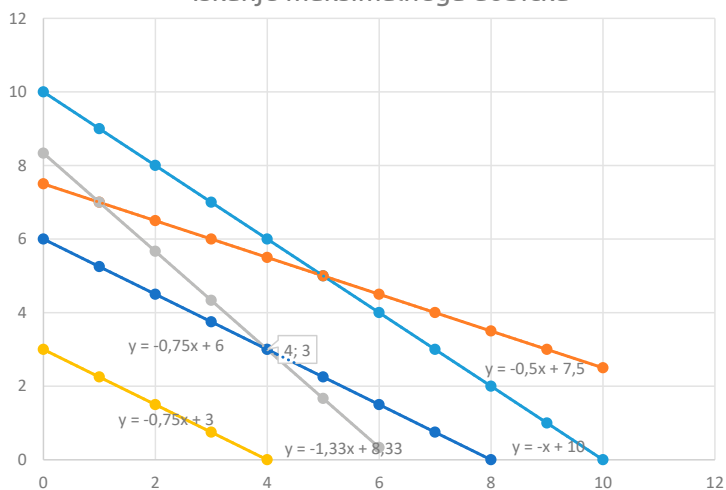
$$0,75x_1 + 1 \cdot x_2 = \text{konst.}$$

Zdaj pa vrišimo v polje omejitev dve možni rešitvi – eno za dobiček v vrednosti 3 in drugo v vrednosti 6, torej $0,75x_1 + 1 \cdot x_2 = 3$ in $0,75x_1 + 1 \cdot x_2 = 6$ (Slika 5).

Tako smo dobili rumeno daljico, ki predstavlja vse pare vrednosti obeh spremenljivk, pri katerih ima dobiček vrednost 3 milijone in temnejšo modro daljico, pri kateri ima

dobiček vrednost 6 milijonov. Rumena daljica je v celoti v polju rešitev, se pravi v območju, ki ga določata oker premica na intervalu (0; 1) in siva premica na intervalu (1; 8). Modra premica je izoprofitna vzporednica rumeni. Ker modra premica seka sivo mejno premico (omejitev časa) v točki (4; 3), je v polju rešitev le na intervalu (0; 4). Rešitve desno od te točke so neizvedljive.

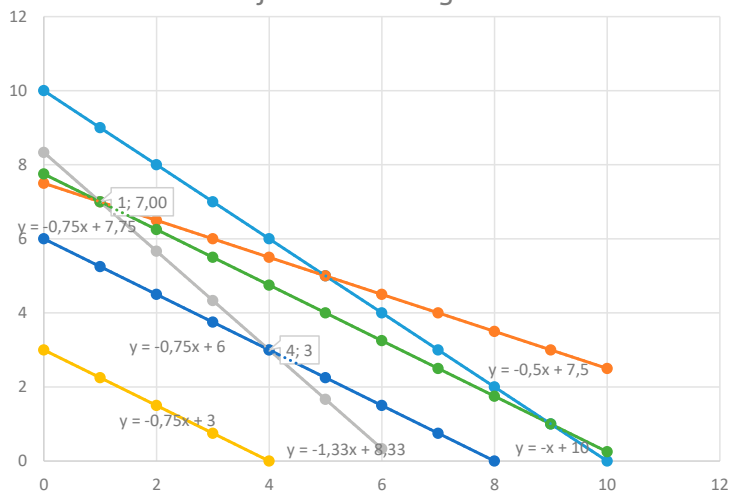
Slika 5: Izoprofitne daljice
Iskanje maksimalnega dobička



Če pomikamo izoprofitne daljice vzporedno desno navzgor, dobimo nazadnje daljico, ki se polja izvedljivosti dotika v eni samo točki (1; 7), ki daje izvedljiv rezultat samo za izbrani vrednosti odločitvenih spremenljivk (Slika 6).

Slika 6: Grafična rešitev linearnega programa

Iskanje maksimalnega dobička



Rešitev je na zeleni daljici, ki pa se le v eni točki dotika polja izvedljivosti (1, 7). To je optimalna rešitev, ki prinaša dobiček 7,75 (torej 7.750.000 ameriških dolarjev).

Rešitev smo torej našli v točki presečišča obeh omejitvenih premic. Zato jo dobimo kot rešitev sistema dveh linearnih enačb z dvema neznankama:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &= 15 \\4x_1 + 3x_2 &= 25\end{aligned}$$

Rešitev je $x_1 = 1$ in $x_2 = 7$. Da bi podjetje doseglo maksimalni možni dobiček, mora izdelati 1.000 prenosnikov in 7.000 namiznih računalnikov, pri tem pa bo ustvarilo dobiček v vrednosti 7.750.000 ameriških dolarjev.

7.2 Standardna optimizacijska modela: maksimum in minimum

Vse optimizacijske modele lahko oblikujemo bodisi v obliki standardnega maksimum bodisi v obliki standardnega minimum problema.

7.2.1 Standardni maksimum problem

Poiščimo n -dimenzionalni vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, ki maksimira izraz

$$\vec{c}^T \vec{x} = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

Pri omejitvah

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\&\vdots \\a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m\end{aligned}$$

oziroma

$$A\vec{x} \leq \vec{b}$$

in

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \text{ oziroma } \vec{x} \geq 0$$

7.2.2 Standardni minimum problem

Poiščimo m -dimenzionalni vektor $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$, ki minimizira izraz

$$\vec{y}^T \vec{b} = y_1 b_1 + y_2 b_2 + \dots + y_m b_m$$

Pri omejitvah

$$\begin{aligned} y_1 a_{11} + y_2 a_{21} + \dots + y_m a_{m1} &\geq c_1 \\ y_1 a_{12} + y_2 a_{22} + \dots + y_m a_{m2} &\geq c_2 \\ &\vdots \\ y_1 a_{1n} + y_2 a_{2n} + \dots + y_m a_{mn} &\geq c_n \end{aligned}$$

oziroma

$$\vec{y}^T \mathbf{A} \geq \vec{c}^T$$

in

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, \dots, x_m \geq 0 \text{ oziroma } \vec{y} \geq 0$$

Vidimo, da so omejitve za standardni maksimum problem zapisane $z \leq$ in $z \geq$ za standardni minimum problem. Uvodni primer, ki smo ga reševali grafično, je primer standardnega maksimum problema.

7.3 Optimizacijski problemi

Postopek reševanja linearnih programov je vedno bolj ali manj enak. Posebno znanje in spretnost pa sta potrebna za modeliranje problemov. Postopek modeliranja izvedemo tako, da med klasičnimi primeri problemov izberemo tistega, ki ustreza problematiki, ki jo obravnavamo.

V uvodnem primeru smo obravnavali proizvodni problem, ki ga lahko postavimo kot problem maksimiranja dobička (prihodkov) ali kot problem minimiziranja stroškov. Vse probleme rešimo na klasični problem bodisi minimiziranja bodisi maksimiranja.

Nekateri drugi najpogostejše obravnavani primeri modelov so še:

- dieta,
- optimizacija finančnih portfeljev,
- transportni problem,
- problem razporeditve zaposlenih.

7.3.1 Dieta

Problem diete je minimiziranje stroškov prehrane pri pogojih, ki zadovoljujejo tako potrebe po različnih sestavinah kot tudi želje oseb, ki se prehranjujejo v okviru diete.

Dieta je sestavljena iz m različnih vrst hrane, $F_1, \dots, F_m$, ki prinašajo različne količine n hranil, $N_1, \dots, N_m$, ki so bistvena za zdravje. Minimalno zahtevano količino hranila N_j označimo s c_j . Cena za enoto hrane F_i pa naj bo b_i . Vprašanje je, kako zagotoviti zahtevana hranila pri najmanjših stroških.

Odločitvene spremenljivke so dnevne količine vseh vrst hrane F_i in jih označimo z y_i . Dnevni stroški diete so tako:

$$y_1 b_1 + y_2 b_2 + \dots + y_m b_m$$

oziroma

$$\vec{y}^T \vec{b}$$

Količina hranila v tej dieti je

$$y_1 a_{1j} + y_2 a_{2j} + \dots + y_m a_{mj}$$

za Rešitev (dnevna dieta) je sprejemljiva samo, če vsebuje vsaj minimalne količine vseh hranil, zato za količino hranil postavimo omejitve:

$$y_1 a_{1j} + y_2 a_{2j} + \dots + y_m a_{mj} \geq c_j \text{ za } j = 1, \dots, n$$

oziroma

$$\vec{y}^T \mathbf{A} \geq \vec{c}^T$$

Negativnih količin hrane ne moremo upoštevati, zato postavimo še pogoj nenegativnosti za vrednosti x_i :

$$y_i \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, m$$

Tako lahko model zapišemo kot:

$$\begin{aligned} & \text{Min } b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m \\ & \text{pri omejitvah} \end{aligned}$$

$$a_{1j} y_1 + a_{2j} y_2 + \dots + a_{mj} y_j \geq c_j \text{ za } j = 1, \dots, n$$

$$y_i \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, m$$

Problem diete je primer uporabe klasičnega problema minimiziranja stroškov.

7.3.2 Transportni problem

Transportni problem obravnava več točk, kjer je mogoče blago pridobiti, in več točk, kamor je treba blago dostaviti. Pri tem optimiziramo bodisi stroške bodisi dolžino opravljene poti. Problem, podobno kot pri dietnem, prevedemo v klasični problem minimiziranja stroškov.

Imejmo m virov (proizvodnih tovarn, skladišč ali pristanišč) $V_1, \dots, V_m$, od koder dobavljamo določeno blago, in n ponorov (trgov, mest, strank) $P_1, \dots, P_n$, kamor mora biti blago dostavljeno. Viri V_i razpolagajo s količinami s_i , $i = 1, \dots, m$, ponori P_j pa morajo prejeti količine blaga r_j , $j = 1, \dots, n$. Stroške dostave enote blaga iz vira V_i v ponor P_j znašajo b_{ij} . Vprašanje je, kako pri minimalnih stroških dostaviti zahtevano blago iz danih skladišč vsem strankam oziroma trgov v zahtevanih količinah.

Odločitvene spremenljivke so količine blaga y_{ij} , ki bodo poslane iz posameznih virov P_i v posamezne ponore M_j . Celotni stroški transporta so potem:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij} b_{ij}$$

Količine blaga v posameznih virih so omejene, zato so količine, poslane iz posameznega vira $P_i \sum_{j=1}^J y_{ij}$, omejene s količino blaga, ki je na voljo v tem viru, to je s_i . Zato moramo za količine, ki so na voljo v virih, postaviti ustrezne omejitve:

$$\sum_{j=1}^J y_{ij} \leq s_i \text{ za } i = 1, \dots, I$$

Količine, ki jih moramo dostaviti strankam (ponorom) $M_j \sum_{i=1}^I y_{ij}$, so omejene navzdol z zahtevanimi količinami r_j , $j = 1, \dots, J$. Tako imamo omejitve:

$$\sum_{i=1}^I y_{ij} \geq r_j \text{ za } j = 1, \dots, J$$

V večini primerov dodamo zahtevo po nenegativnosti. Tako tudi v tem primeru ne moremo dostavljati negativnih količin:

$$y_{ij} \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, I \text{ in } j = 1, \dots, J$$

Zdaj lahko zapišemo linearni program za ta primer. Navadno v tem primeru poenotimo vse omejitve na $\geq$, tako da dobimo klasični problem minimizacije stroškov. V ta namen pomnožimo enačbe za omejitve razpoložljivih količin z -1 in dobimo:

$$\sum_{j=1}^J (-1)y_{ij} \geq -s_i \text{ za } i = 1, \dots, I$$

Tako lahko zapišemo linearni program za transportni problem v obliki:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij} b_{ij} \\ & \sum_{j=1}^J (-1)y_{ij} \geq -s_i \text{ za } i = 1, \dots, I \\ & \sum_{i=1}^I y_{ij} \geq r_j \text{ za } j = 1, \dots, J \\ & y_{ij} \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, I \text{ in } j = 1, \dots, J \end{aligned}$$

Transportni problem lahko torej prevedemo na klasični problem optimizacije stroškov, le da je zaradi večjega števila pogojev nekoliko kompleksnejši.

7.3.3 Problem analize aktivnosti

Pri analizi aktivnosti gre za vprašanje, kako optimalno razporediti vire v organizaciji za izvajanje dejavnosti. Dane vire želimo glede na dane omejitve optimalno razporediti na aktivnosti, ki jih moramo realizirati. Model lahko uporabimo za optimalno razporejanje virov na izvajanje dnevnih aktivnosti procesov, podobno pa lahko modeliramo razporejanje virov projektov.

Imamo n aktivnosti $A_1, \dots, A_n$, ki jih lahko organizacija izvede z uporabo razpoložljivih m virov $R_1, \dots, R_m$ (ure dela, surovine, material itd.). Naj bodo b_i vrednosti razpoložljivosti virov R_i , a_{ij} količina vira R_i , ki ga potrebujemo pri realizaciji enote aktivnosti A_j , in c_j neto vrednost enote aktivnosti A_j . Problem je, kako izbrati intenziteto izvajanja aktivnosti, da bi dosegli maksimalno vrednost rezultata za organizacijo pri danih virih.

Odločitvene spremenljivke x_j so količine enot intenzivnosti izvajanja aktivnosti A_j . Vrednost vseh aktivnosti tako lahko zapišemo kot

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Pri tem ne moremo porabiti večje količine virov, kot jo imamo na voljo (b_i), zato lahko zapišemo omejitve linearnega programa:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \text{ za } i = 1, \dots, m$$

Poleg tega aktivnosti ne moremo izvajati na negativni intenziteti, zato dodamo še pogoj nenegativnosti:

$$x_j \geq 0 \text{ za } j = 1, \dots, n$$

Model lahko tako zapišemo v obliki klasičnega problema maksimiranja dobička:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{pri omejitvah} \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \text{ za } i = 1, \dots, m \\ & x_j \geq 0 \text{ za } j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

V javnem sektorju imamo opraviti predvsem s storitvami, zato je smiselno, da model opazujemo bolj splošno. V javni upravi bi pogosteje lahko uporabili stroškovni model (minimiziranje stroškov, ki je podoben dietnemu problemu), v širšem javnem

sektorju pa je gotovo dovolj prostora za iskanje maksimalnih rezultatov, recimo v zdravstvu, šolstvu, pa tudi drugje, če si le zamislimo ustrezne ciljne spremenljivke (recimo zadovoljstvo strank, znanje študentov, zdravje pacientov ipd.).

Poglejmo primer problema analize aktivnosti iz proizvodnje visokotehnoloških izdelkov, iz katerega je mogoče videti, kako bi bilo mogoče tako oblikovati tudi problem optimalne izvedbe upravnih storitev.

Tehnološko podjetje proizvaja visokotehnološke izdelke, ki jih dobavlja podjetjem, ki proizvajajo opremo za vesoljske raziskave. Pot vsakega izdelka skozi proces izdelave gre skozi štiri oddelke: ožičenje, vrtanje, sestavljanje in kontrola.

Tabela 10: Poraba časa in dobička po izdelkih in oddelkih, zmogljivosti in minimalnih količin

Izdelek	Količina	Dobiček na enoto v \$	Oddelek				Min. količine
			Ožičenje	Vrtanje	Sestavljanje	Kontrola	
XJ201	x1	9	0,5	3	2	0,5	150
XM897	x2	12	1,5	1	4	1,0	100
TR29	x3	15	1,5	2	1	0,5	300
BR788	x4	11	1,0	3	2	0,5	400
Zmogljivosti	v urah		1.500	2.350	2.600	1.200	

Tabelo 10 lahko kaj hitro sestavimo, saj vemo, da gre popis izdelkov v prvi stolpec, vrednosti spremenljivk v drugi stolpec, vrednosti dobička na enoto, ki nam pomenijo osnovo za izračun maksimiranja profita, pa v tretji stolpec. Sledijo količine dela za vsak oddelek in minimalne zahtevane količine vsakega izdelka. Zmogljivosti oddelkov v urah so podane v zadnji vrstici. Tako lahko hitro zapišemo linearno enačbo, ki naj jo maksimiramo kot produkt enako ležečih vrednosti v obeh stolpcih:

$$\max 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4$$

Po stolpcih zberemo tudi omejitve oddelkov, pri čemer najdemo vrednost omejitve v zadnji vrstici vsakega stolpca:

$$0,5x_1 + 1,5x_2 + 1,5x_3 + 1,0x_4 \leq 1500 \text{ ur ožičenja}$$

$$3,0x_1 + 1,0x_2 + 2,0x_3 + 3,0x_4 \leq 2350 \text{ ur vrtanja}$$

$$2,0x_1 + 4,0x_2 + 1,0x_3 + 2,0x_4 \leq 2600 \text{ ur sestavljanja}$$

$$0,5x_1 + 1,0x_2 + 0,5x_3 + 0,5x_4 \leq 1200 \text{ ur kontrole}$$

in omejitve glede na minimalno število izdelkov, kjer iskane količine omejimo navzdol, glede na zahtevane minimalne količine izdelkov:

$$x_1 \geq 150 \text{ enot XJ201}$$

$$x_2 \geq 100 \text{ enot XM89}$$

$$x_3 \geq 300 \text{ enot TR29}$$

$$x_4 \geq 400 \text{ enot BR788}$$

Tako smo opredelili standardni linearni program, ki ga zdaj lahko rešimo s primer-nim orodjem.

7.3.4 Problem optimalnega dodeljevanja nalog

Pogosto poteka delo v organizacijah tako, da lahko zaposlene razporejamo na različ-ne naloge. Pri tem se srečamo z različnimi omejitvami, ki izhajajo iz strokovnega zna-nja zaposlenih in vrste ter zahtevnosti nalog, ki jih je treba opraviti. Poleg tega imajo lahko nekatere naloge še različne časovne omejitve. Cilj je razporediti zaposlene tako, da bodo prinesli največjo možno skupno vrednost.

Imamo I zaposlenih, s katerimi moramo opraviti J nalog. Vrednost osebe E_i , ki 1 dan opravlja delo T_j je a_{ij} za $i = 1, \dots, I$ in $j = 1, \dots, J$. Problem je, kako izbrati tako razpo-reditev zaposlenih, ki bo prinesla maksimalno končno vrednost opravljenega dela.

Razporeditev je izbira odločitvenih spremenljivk x_{ij} za $i = 1, \dots, I$ in $j = 1, \dots, J$, kjer x_{ij} predstavljajo delež časa zaposlene osebe E_i , ki ga prebije na nalogi T_j . Zapišimo naj-prej omejitev za čas zaposlenega. Ker ga podajamo v deležu celotnega razpoložljivega časa, mora biti vsota ≤ 1 :

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq 1 \text{ za } i = 1, \dots, I$$

Pri obravnavi tega problema zahtevamo, da posamezno nalogo lahko v danem tre-nutku opravlja le ena oseba, kar pomeni, da je vsota vseh deležev časa zaposlenih, ki jih lahko realiziramo za posamezno nalogo, ≤ 1 :

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} \leq 1 \text{ za } j = 1, \dots, J$$

Dodajmo še pogoj nenegativnosti:

$$x_{ij} \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, I \text{ in } j = 1, \dots, J$$

Cilj odločanja je maksimiranje skupne vrednosti opravljenega dela:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} x_{ij}$$

Model lahko tako zapišemo kot:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} x_{ij} \\ & \text{pri omejitvah} \\ & \sum_{j=1}^J x_{ij} \leq 1 \text{ za } i = 1, \dots, I \\ & \sum_{i=1}^I x_{ij} \leq 1 \text{ za } j = 1, \dots, J \\ & x_{ij} \geq 0 \text{ za } i = 1, \dots, I \text{ in } j = 1, \dots, J \end{aligned}$$

To je klasični problem maksimiranja, kjer je $m = I + J$ in $n = IJ$.

7.3.5 Finančni portfelj

Finančni portfelj je nabor finančnih instrumentov, v katere vlagamo denarna sredstva. Linearni model seveda ni primeren za dinamično odločanje o nakupu in/ali prodaji finančnih instrumentov, omogoča pa postaviti temeljni okvir za odločanje o finančnem investiranju. Ker je reševanje linearnih modelov dokaj preprosto, se lahko dinamičnemu modeliranju približamo s simulacijo več različnih linearnih predpostavk. Za zahtevnejše simulacije pa se moramo seveda obrniti po pomoč h kompleksnejšim metodam.

Imamo n finančnih instrumentov $I_1, \dots, I_n$, v katere lahko vlagatelj investira svoj kapital, in vrednosti pričakovanih donosnosti vsakega od instrumentov c_j . Tveganje vsakega finančnega instrumenta je ocenjeno z vrednostjo a_j , pri čemer povprečno tveganje za celoten portfelj ne sme presegati vrednosti b . Za investiranje imamo na voljo skupna sredstva v višini a . Problem je, kako razporediti kapital na finančne instrumente tako, da bo skupni donos največji.

V naš preprosti model smo vgradili omejitev na skupno tveganje in seveda omejitev na razpoložljiva sredstva. V kompleksnejših modelih pa bi lahko omejevali tudi deleže vlaganj po tveganih skupinah, po vrstah instrumentov in podobno.

Odločitvene spremenljivke x_j so zneski vlaganj v finančne instrumente in c_j donosnosti posameznih finančnih instrumentov I_j . Tako lahko zapišemo celotni donos portfelja kot vsoto donosov vseh finančnih instrumentov:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Pri tem ne moremo porabiti več kapitala, kot ga imamo na voljo (). Zato lahko zapišemo prvo omejitev linearnega programa za optimiranje portfelja finančnega investiranja:

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq a$$

Druga omejitev je povprečno tveganje, omejeno z vrednostjo b , ki ga izračunamo kot tehtano aritmetično sredino ocen tveganja za vse obravnavane finančne instrumente a_j , pri čemer za uteži uporabimo zneske vlaganj v posamezen finančni instrument x_j . Zato se omejitev za tveganja glasi:

$$\frac{\sum_{j=1}^n c_j x_j}{\sum_{j=1}^n x_j} \leq b$$

Omejitev ni linearna, vendar jo lahko hitro preoblikujemo v linearno obliko (pomnožimo z imenovalcem in prenesemo vse vrednosti na levo. Imenovalec je vedno pozitiven, zato se neenakost ne spremeni:

$$\sum_{j=1}^n (c_j - b)x_j \leq 0$$

Če dodamo še pogoj nenegativnosti, dobimo celoten model:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{pri omejitvah} \\ & \sum_{j=1}^n x_j \leq a \\ & \sum_{j=1}^n (c_j - b)x_j \leq 0 \\ & x_j \geq 0 \text{ za } j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Tukaj bi lahko dodali še omejitve na razmerja med finančnimi instrumenti in minimalne vrednosti za skupine najmanj tveganih finančnih instrumentov.

7.4 Vprašanja za utrjevanje znanja

- I. S poglavjem o optimizaciji delovanja javnega sektorja sledimo dvema ciljema. Prvi je spoznavanje same metode, drugi pa zavedanje o uporabnosti te metode. Poleg tega je linearno programiranje osnova metode podatkovne ovojnice in je

njeno poznavanje osnova za razumevanje metode podatkovne ovojnice. Vprašanja so namenjena utrditvi v smeri postavljenih ciljev.

1. Kaj je cilj uporabe linearnega programiranja?
2. Kateri so sestavni elementi linearnega programa?
3. Katera sta klasična problema linearnega programiranja? V čem se razlikujeta?
4. Naštejte vsaj tri optimizacijske probleme in enega od njih komentirajte.
5. Kakšen je lahko cilj proizvodnega optimizacijskega problema? Kaj so odločitvene spremenljivke in kaj omejitve?
6. Kaj je osnovni cilj dietnega problema in kaj je osnovni cilj transportnega problema?
7. Katera cilja lahko postavimo pri problemu optimizacije portfelja vrednostnih papirjev?

II. Optimizacijo lahko dosežemo z različnimi metodami. Ta naloga je namenjena pregledu optimizacijskih problemov z vidika zapisa sistema linearnih neenačb. Vaša naloga je, da s pomočjo spletnih virov pripravite pregledno tabelo virov, ki govorijo o optimizaciji s pomočjo linearnega programiranja, in zapišete algebrajske enačbe, s katerimi so definirani optimizacijski problemi. Rezultate pregleda podajte v Tabeli 11, v kateri najdete tudi primer rešitve.

Tabela 11: Preglednica optimizacijskih problemov

Optimizacijski problem	Algebrajski zapis problema	URL vira	Avtor
Optimizacija marketinškega portfelja	Omejitev: $f(x_1, x_2, \dots, x_i) \leq b, f(x_1, x_2, \dots, x_i) \geq b, f(x_1, x_2, \dots, x_i) = b$ Ciljna funkcija: $\text{MAX}(f(k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_i x_i))$, kjer iščemo rešitev x, omejeno z $f(x_1, x_2, \dots, x_i) \leq b_1$ $f(x_1, x_2, \dots, x_i) \leq b_2$ $f(x_1, x_2, \dots, x_i) \leq b_m$ Omejitve: $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.05 & 0.95 & -0.05 & -0.05 & -0.05 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & -2.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0.3 & 1.8 & 0.9 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5000 \\ -500 \\ 0 \\ -200 \\ 0 \\ 0 \\ -300 \\ 900 \\ -100 \\ 2500 \end{bmatrix}$ Ciljna funkcija: $\text{Max } (0,07x_1 + 0,03x_2 + 0,15x_3 + 0,12x_4 + 0,05x_5)$	https://www.linkedin.com/pulse/optimizing-marketing-portfolio-through-linear-neelima-gaddam	Neelima Gaddam

7.5 Povzetek vsebine

V tem poglavju smo predstavili linearno programiranje kot osrednje orodje optimizacijskega modeliranja, zlasti v kontekstu javnega sektorja in sorodnih organizacijskih okolij. Obravnavali smo temeljne elemente linearnega programa, vključno z odločitvenimi spremenljivkami, ciljno funkcijo in omejitvami, ter njihovo matrično predstavitev, ki omogoča sistematično in pregledno reševanje kompleksnih problemov razporejanja omejenih virov. Poglavje poudari, da linearno programiranje temelji na linearni algebri in je tako matematična podlaga za razumevanje naprednejših optimizacijskih pristopov, kar vključuje tudi metodo podatkovne ovojnice.

Skozi značilne primere, kot so proizvodni problem, problem diete, transportni problem, problem analize aktivnosti, problem optimalnega dodeljevanja nalog in optimizacije finančnega portfelja, smo prikazali, kako je mogoče različne praktične izzive prevesti v standardne optimizacijske modele maksimiranja ali minimiziranja. Ob tem je posebej prikazan tridelni postopek optimizacijskega modeliranja (oblikovanje modela, reševanje ter interpretacija), pri čemer grafična metoda služi kot uvodno orodje za razumevanje delovanja splošnejših algoritmov. Poseben poudarek je na interpretaciji rezultatov optimizacije, saj je pravilno razumevanje optimalnih rešitev temelj za utemeljene upravljalvske in strateške odločitve v praksi.

Poglavje zagotavlja konceptualno in metodološko podlago za uporabo linearnega programiranja pri izboljševanju učinkovitosti, racionalnosti in transparentnosti odločanja v javnem ter širšem organizacijskem okolju. Ob tem podrobno obravnava vlogo omejitev kot nosilcev realnih pogojev sistemov, od zmogljivosti in razpoložljivih virov do časovnih, okoljskih in kompetenčnih omejitev, ki določajo izvedljivost posameznih odločitev. Linearno programiranje ni le matematična metoda, ampak tudi orodje, ki omogoča sistematično reševanje različnih upravljalvskih problemov in podpira sprejemanje optimalnih odločitev v javnem sektorju.

8

METODA PODATKOVNE OVOJNICE

Metoda podatkovne ovojnice je neparametrična kvantitativna metoda za merjenje učinkovitosti organizacij, ki uporabljajo več vložkov in izlozkov. V javnem sektorju jo uporabljamo za primerjalno analizo podobnih enot javnega sektorja, kot so na primer šole, bolnišnice, upravne enote ali občine. Metodo obravnavamo v kontekstu primerjanja med enotami javnega sektorja za zagotavljanje smotrnosti javne porabe.

Učni cilji poglavja so spoznavanje pojma učinkovitosti ter razumevanje in oblikovanje modela podatkovne ovojnice, izračun učinkovitosti s pomočjo programskega orodja in kritična ocena rezultatov. Poglavje najprej obravnava smotrnost in učinkovitost kot temeljna koncepta upravljanja javnega sektorja ter pojasni njihove razsežnosti, merila in izzive pri zagotavljanju kakovosti, dostopnosti in optimalne porabe sredstev. Sledi sistematična predstavitev metode podatkovne ovojnice (DEA), vključno z njenimi teoretičnimi osnovami, oblikovanjem vložkovnih in izlozkovnih modelov, uporabo linearnega programiranja ter geometrijsko interpretacijo učinkovitosti. Poglavje zaokrožuje obravnava problematike učinkovitega investiranja na primeru slovenskih bolnišnic, kjer so prikazani izračuni učinkovitosti, ugotavljanje tehnoloških sprememb ter analiza celotne faktorske produktivnosti, kar študentom omogoča razumevanje praktične uporabnosti metode pri podpori odločanja in vrednotenju rezultatov javnih politik.

8.1 Smotrnost in učinkovitost

Smotrnost delovanja je mogoče zagotavljati le v krogu stalnih izboljšav. Smotrnost, kot jo obravnavamo v okviru javne porabe, je kvantitativni konstrukt, ki vsebuje merila kakovosti in dostopnosti ter mere obsega produkcije, v javnem sektorju predvsem storitev. Mera smotrnosti ima zato na splošno tri razsežnosti (OECD, 2002; Pollitt in Bouckaert, 2017):

- kakovost storitev,
- dostopnost za uporabnike in
- učinkovitost porabe sredstev.

V celoti gledano gre pri zagotavljanju smotrnosti za zapleten proces (sistem), pri čemer zahteve, podatki in informacije prehajajo od oblikovalcev politik, prek implementacije politik do izvajalcev programov in projektov ter nazaj. Z vidika načrtovanja in spremljanja doseganja smotrnosti delovanja imamo tako več podatkovno-informacijskih ravni, na katerih opazujemo različne spremenljivke. Doseganje postavljenih rezultatov je odvisno predvsem od:

- jasne in razumljive opredelitve standardov (ravni kakovosti in dostopnosti), ki jih je mogoče dosegati v okviru razpoložljivih virov in zahtev glede obsega produkcije;
- učinkovitosti delovanja enot, ki izvajajo programe oziroma projekte.

Ključni izzivi podsistemov javnega sektorja (šolstva, zdravstva, socialnega varstva, nevladnih organizacij in navsezadnje gospodarskih družb v državni lasti) so tako:

- opredelitev primernih standardov, meril kakovosti in dostopnosti na ravni skrbnikov politik,
- zagotavljanje doseganja zastavljenih standardov in
- zagotavljanje učinkovitosti delovanja.

Kakovostno odločanje lahko podsystemi dosežejo le na osnovi ustreznih informacij. Ključ do uspeha je dostopnost podatkov in uporaba primernih metod. Za trenutno stanje na tem področju so značilni predvsem pomanjkljive opredelitve standardov, neprimerljivost med enotami zaradi nedostopnosti primernih podatkov na primer-nih ravneh opazovanja in prepočasno uveljavljanje metod za kvantitativno analizo učinkovitosti in smotrnosti.

Kot podlago za reševanje problemov v praksi zato v nadaljevanju tega poglavja predstavljamo:

- splošno opredelitev smotrnosti delovanja javnega sektorja kot optimizacijskega problema učinkovitosti ob omejitvah kakovosti in dostopnosti;
- opredelitev metod za primerjalno analizo med enotami poslovnega odločanja in pričakovanih rezultatov;
- primer modela primerjalne analize smotrnosti delovanja slovenskih bolnišnic, utemeljenega na omejenem naboru dostopnih podatkov.

Smotno porabo sredstev lahko zagotovimo le v sistemih, ki delujejo učinkovito. V učinkovitem okolju je odločanje o razporejanju sredstev transparentno, saj se vsako prerazporejanje sredstev izrazi v spremembi enega od treh parametrov delovanja (Pareto, 1897):⁴ kakovosti, dostopnosti ali obsegu. V podsistemih, ki se jim viri povečajo, so spremembe pozitivne, v podsistemih, ki se jim viri zmanjšajo, pa negativne.

⁴ Paretova definicija učinkovitosti pravi, da je učinkovita ovojica oziroma funkcija koristnosti sestavljena iz točk, v katerih ni mogoče izboljšati blaginje skupine, ne da bi zmanjšali blaginjo druge skupine (Pareto, 1897). To pomeni, da učinkovita skupina nima notranjih rezerv.

Po splošni definiciji Farrella (1957) je učinkovitost razmerje med izložki in vložki procesa produkcije storitev ali izdelkov. Enote obravnave so primerljive enote poslovnega odločanja, ki jih izbiramo glede na organizacijsko raven obravnave (oddelek, poslovna enota, podjetje, občina, država). Primerljivost pomeni, da lahko vsem enotam izmerimo izložke in vložke z istimi spremenljivkami oziroma kazalniki. Z ustrezno izbiro kazalnikov (spremenljivk) izložkov in vložkov tako določimo naravo mere učinkovitosti, in sicer:

- če z izložki merimo količino izdelkov oziroma storitev, z vložki pa vloženo delo, je to produktivnost;
- če vzamemo za izložke poslovne učinke in za vložke porabo virov v denarni obliki, je to ekonomičnost;
- če za izložke vzamemo mere kakovosti in dostopnosti ter upoštevamo učinkovitost (obseg storitev glede na porabo vložkov), je to smotrnost.

Na splošno lahko kot mero učinkovitosti določimo katero koli razmerje med rezultati delovanja in porabljenimi viri. Pristop k analizi učinkovitosti je izpeljan iz Paretove definicije, prirejen za enote poslovnega odločanja:

- če v enoti poslovnega odločanja obstaja možnost kakršnega koli neto povečanja izložkov brez povečanja vložkov ali zmanjšanje vložkov brez zmanjšanja izložkov, enota ni Pareto optimalna (Koopmans, 1951, str. 36–44). Učinkovite enote so na Paretovi ovojnici (brez dodatnih virov ne morejo povečati izložkov), neučinkovite pa so pod njo, če opazujemo obseg izložkov, oziroma nad njo, če opazujemo obseg vložkov.

Vprašanje o učinkovitosti enote poslovnega odločanja tako postavimo kot vprašanje, ali je enota na Pareto-Koopmansovi ovojnici učinkovitosti ali deluje na funkciji koristnosti. Ovojnico lahko:

- definiramo parametrično, tako da razvijemo funkcijo koristnosti kot rezultat splošne statistične obdelave pojava, ali pa jo
- neparametrično razvijemo iz podatkov za dano skupino enot obravnave.

Če govorimo o enotah poslovnega odločanja javnega sektorja, so za statistično izpeljavo koristnostnih funkcij populacije dovolj velike le v večjih skupnostih. Zaradi razlik med sistemi delovanja javnega sektorja navadno te rešitve težko posplošimo na vsa okolja. Zato je za okolja z manjšim številom enot kot osnovni pristop gotovo primernejši neparametričen pristop, ki določa ovojnico učinkovitosti na osnovi lastnosti enot v obravnavi.

Mero smotrnosti javnega sektorja lahko izpeljemo iz mere učinkovitosti z ustreznim upoštevanjem opredelitve smotrnosti pri izbiri izložkov in vložkov. Izložki mere smotrnosti so tako kazalniki kakovosti, dostopnosti in obsega opravljenih storitev. Vložki

so mere obsega porabe virov. Za celovito obravnavo smotrnosti moramo upoštevati vsaj obseg dela in vrednost kapitala. Tako lahko torej s primerno izbiro spremenljivk določimo model smotrnosti, v okviru katerega s primerjanjem med enotami ugotovimo, katere enote glede na okoliščine delujejo optimalno. Pri tem moramo upoštevati, da sta kakovost in dostopnost omejeni z razpoložljivimi sredstvi, zato moramo pri obravnavi enot poslovnega odločanja v javnem sektorju upoštevati omejitve v kakovosti in dostopnosti.

Razsežnosti smotrnosti so soodvisne, saj izrabljajo ista sredstva. Pri povečanju na strani vložkov je treba za zagotavljanje vsaj konstantne smotrnosti zagotoviti povečanje v izloških ali zmanjšanje v drugih vložkih (vlaganje v tehnologijo lahko zmanjša potreben obseg dela). Vrste nesmotrnega delovanja so lahko:

- kakovost nad ali pod sprejemljivo ravniyo,
- dostopnost pod ali nad sprejemljivo ravniyo,
- tehnična neučinkovitost,
- vlaganja, ki ne dajo ustreznih rezultatov.

Izhajajoč iz Pareto-Koopmansove definicije učinkovitosti lahko opredelimo kot smotrne tiste enote poslovnega odločanja, ki brez povečanja vložkov ali zmanjšanja izložkov ne morejo izboljšati svojih rezultatov. V primeru smotrnosti imamo opraviti tudi z intervali primernih vrednosti, zato moramo definicijo razširiti z opredelitvijo, da zgornja trditev velja le za enote, ki delujejo v območju sprejemljivosti. To pomeni, da so podoptimalne vse organizacije, ki delujejo pod ali nad ravniyo sprejemljivosti za katero od razsežnosti smotrnosti. Vrste take nesmotrnosti so tako:

- organizacija deluje v okvirih standardov kakovosti in dostopnosti, vendar porabi za opravljene rezultate (izloške) več virov kot druge organizacije (neučinkovitost);
- organizacija deluje v okviru standardne učinkovitosti in dostopnosti, ne dosega pa standardov kakovosti (neustrezna kakovost);
- organizacija deluje v okviru standardne učinkovitosti in kakovosti, ne dosega pa standardov dostopnosti (neustrezna dostopnost).

V tem okviru nesmotrno delujejo tudi vse organizacije, ki ne dosegaajo ravni delovanja na več področjih hkrati. Že iz same definicije smotrnosti delovanja javnega sektorja pa je očitno, da učinkovitost nikoli ne more biti izključno merilo uspešnosti organizacij javnega sektorja.

8.2 Metoda podatkovne ovojnice (DEA)

Metoda podatkovne ovojnice izhaja iz ideje, ki jo je v svojem članku o problematiki merjenja učinkovitosti predstavil Farrell (1957). Njegov cilj je bil poenotiti metodo-

logijo merjenja učinkovitosti, tako da bo primerna za merjenje učinkovitosti katere koli produkcijske enote od delavnice do celotnih gospodarstev. Merili smotrnosti in učinkovitosti javnega sektorja, ki sta predstavljeni v predhodnem poglavju, sta za javni sektor prilagojena modela. Farrellov pristop temelji na analizi aktivnosti v okviru poslovnih procesov, pri čemer je mera učinkovitosti razmerje med izločki in vložki. Ideja v začetku ni dobila širše veljave, saj jo je celo sam Farrell predstavil samo na primeru posameznega izločka in vložka. Metodo, ki je operacionalizirala Farrellovo idejo, so razvili Charnes, Cooper in Rhodes (Charnes in drugi, 1978). Izvirni primer se je nanašal na evalvacijo javnih programov, hkrati pa so avtorji že v samem začetku nakazali usmeritve za uporabo metode v gospodarskem sektorju in v inženirstvu. Metoda temelji na linearnem programiranju in meri sorazmerno učinkovitost enot poslovnega odločanja.

Pri opredelitvi množice enot poslovnega odločanja za obravnavo z metodo podatkovne ovojnice smo dokaj svobodni. Enota poslovnega odločanja mora imeti možnost nadzorovati vložke in izločke, med seboj pa lahko primerjamo enote, pri katerih lahko za ocenjevanje vložkov in izločkov uporabimo iste spremenljivke. Tak pristop k analizi učinkovitosti temelji na ustreznem poznavanju proizvodnih ali storitvenih procesov v opazovanih organizacijskih enotah. Osnovni Charnes-Cooper-Rhodesov model je bil izhodišče za razvoj več različnih modelov, ki upoštevajo različne predpostavke in omejitve. Pri predstavitvi metode smo se omejili na osnovni CCR model.

CCR model je model konstantnega donosa in ga za n enot poslovnega odločanja (EPO), od katerih vsaka EPO _{j} porablja m vložkov x_{ij} ($i = 1, \dots, m$) in s izločkov y_{rj} ($r = 1, \dots, s$), zapišemo v osnovni obliki kot razmerje med izločki in vložki (Charnes in drugi, 1978) v obliki ulomljenega programa:

$$e_o = \max \frac{\sum_r u_r y_{r0}}{\sum_i v_i x_{i0}}$$

$$\frac{\sum_r u_r y_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \leq 1; j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$u_r, v_i \geq 0, \quad r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m$$

Vrednosti y_{rj} in x_{ij} so dane vrednosti izločkov in vložkov, to so rezultati poslovanja v preteklosti. Vrednosti u_r in v_i pa so spremenljive uteži, ki vsaki enoti v okviru danih omejitev, določenih z vrednostmi spremenljivk y in x pri vseh enotah, omogočajo obtežitev za zanjo optimalno funkcijo koristi. Učinkovite so enote, ki dosežejo razmerje 1. Definicija je zapisana v vložkovni obliki, zato sorazmerno neučinkovite enote dosegajo razmerje < 1 .

S postopkom transformacije, s katerim med vsemi rešitvami ulomljenega programa izberemo rešitev, pri kateri je vrednost imenovalca v definiciji enaka 1, lahko problem (1) zapišemo v obliki linearnega programa (Cook in drugi, 2009):

$$\begin{aligned}
 e_o &= \max \sum_r \mu_r y_{ro} \\
 \sum_i v_i x_{io} &= 1 \\
 \sum_r \mu_r y_{rj} - \sum_i v_i x_{ij} &\leq 0, \forall j \\
 \mu_r, v_i &\geq \varepsilon, \text{ za vse } r, i
 \end{aligned} \tag{2}$$

Razmislek je enak kot pri (1), mera učinkovitosti ostaja nespremenjena, drugače so zapisane le uteži, ki jih zato v tej obliki zapisa označimo z grškima črkama μ in v .

Z dualnim linearnim programom tvorimo referenčne množice enot poslovnega odločanja, zato zapišemo problem tudi v tej obliki:

$$\begin{aligned}
 \min \theta_o - \varepsilon \left(\sum_r s_r^+ + \sum_i s_i^- \right) \\
 \sum_j \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= \theta_o x_{io}, i = 1, \dots, m \\
 \sum_j \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{ro}, r = 1, \dots, s \\
 \lambda_j, s_i^-, s_r^+ &\geq 0, \forall i, j, r \\
 \theta_o &\text{neomejen}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Rezultata dualnega linearnega programa (3) so mera učinkovitosti in vrednosti koeficientov λ_j linearne kombinacije vrednosti spremenljivk učinkovitih enot, ki predstavlja način poslovanja opazovane enote EPO_o . Tako je način poslovanja izražen z načini poslovanja skupine referenčnih enot, ki določajo podprostor storitvenih možnosti za opazovano enoto. Z modelom vzpostavimo konveksno lomljeno ploskev optimalne učinkovitosti, podatkovno ovojnico, ki vsebuje učinkovite enote, neučinkovite enote pa se nahajajo nad (vložkovni model) ali pod (izložkovni model) ovojnico.

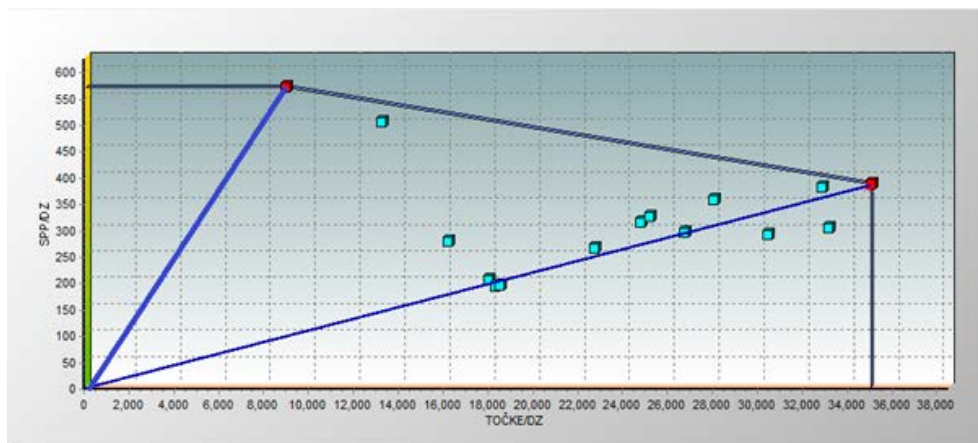
Za grafično predstavitev metode smo izbrali primer izložkovnega modela, saj je grafični prikaz tega modela nekoliko prikladnejši od grafičnega prikaza vložkovnega modela. Za prikaz modela smo uporabili primer mreže slovenskih bolnišnic, ki ga podrobneje obravnavamo tudi pozneje v empiričnem delu. V primeru uporabljamo en vložek in dva izložka:

- vložek:
 - DZ – obseg dela zdravnikov (opravljene ure dela zdravnikov);
- izložka:
 - SPP – obseg dela akutne obravnave bolnikov – število uteženih primerljivih primerov – SPP-utež;
 - TOČKE – obseg specialističnih storitev – število točk specialistične obravnave bolnikov.

Obseg dela akutne obravnave bolnikov se meri po metodologiji skupin primerljivih primerov in je utežena vsota vseh opravljenih posegov. Obseg specialističnih točk je podobno utežena vsota vseh opravljenih specialističnih pregledov.

Tako lahko z izračunom relativnih izložkov predstavimo graf polja storitvene možnosti.

Grafikon 2: Polje storitvene možnosti – izložkovni model



Na grafu je lepo predstavljena podatkovna ovojnica, ki jo iščemo v vsaki analizi podatkovne ovojnice. Je konveksna lomljena premica, ki povezuje učinkovite enote. V našem primeru ovojnica povezuje enoto z maksimalno vrednostjo spremenljivke y (rdeča kockica levo zgoraj) z enoto z maksimalno vrednostjo spremenljivke x (rdeča kockica povsem desno). V splošnem pa so lahko seveda vmes tudi enote, ki odstopajo v radialni smeri od izhodišča v izbranih smereh.

Grafikon lepo ponazarja osnovno zamisel analize podatkovne ovojnice, ki predpostavi, da enote v okviru omejitev, danih z delovanjem drugih enot, delujejo v zanje idealnem razmerju. V danem primeru sta učinkoviti dve enoti – prva z maksimalno vrednostjo spremenljivke na osi y (enota levo zgoraj), druga z maksimalno vrednostjo spremenljivke na osi x (enota skrajno desno). Neučinkovite enote so razvrščene

med njima, znotraj polja storitvene zmožnosti. Te enote bi dosegle učinkovitost, če bi se po premici, ki gre skozi izhodišče in dano enoto, pomaknile na ovojnico.

Mera učinkovitosti je razmerje med dolžinama daljic od izhodišča do obravnavane enote in od izhodišča do presečišča z ovojnico. To je lahko točka na eni od daljic med dvema učinkovitima enotama ali v posebnem primeru natanko ena od učinkovitih enot. Točke na ovojnici so način za učinkovito poslovanje neučinkovite enote, ki je določen kot utežena vsota načinov poslovanja učinkovitih enot, ki določata odsek ovojnice, na katerem je točka učinkovitosti izbrane enote. Način poslovanja neučinkovite enote, pri kateri podaljšana daljica iz izhodišča do enote pade natanko v eno od učinkovitih enot, je povsem enak tej primerjalni enoti.

Metoda podatkovne ovojnice je v javni sektor prinesla možnost primerjanja in tekmovanja med enotami javnega sektorja, ki so navadno na strani trženja (prodajne cene, ciljne skupine kupcev, tržni delež) omejene, zato se mora njihova tekmovalnost izraziti v kakovosti in učinkoviti izrabi danih virov.

V primeru, katerega rezultat je podan v Grafikonu 2, so enote slovenske javne bolnišnice. Vložki so lahko različne vrste stroškov, lahko tudi investicijski stroški. Izložki pa spremenljivke, ki opredeljujejo obseg opravljenega dela. Pri bolnišnicah so to predvsem točke specialistične obravnave, skupine primerljivih primerov akutne obravnave in bolnišnični oskrbni dnevi. Za predstavitev uporabljamo poenostavljen primer. Upoštevamo en vložek (delo zdravnikov) in dva izložka (število podobnih primerov – SPP in točke specialistične obravnave – SAD). V poenostavljen model linearnega programa (Tabela 12) smo zaradi lažje predstavitve modela in rezultatov vključili le sedem enot (bolnišnic):

Tabela 12: Poenostavljeni model za primerjalno analizo učinkovitosti slovenskih bolnišnic

E_i		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
DZ	x_1	36,5	9,2	8	19,8	120,7	49,7	46,3
SAD	y_1	653.121	120.723	71.225	654.668	3.217.796	1.508.237	1.047.139
SPP	y_2	7.403	4.613	4.554	5.975	35.415	14.324	12.153

Stolpci E_i predstavljajo podatke za posamezne enote (bolnišnice), vrstice pa so podatki, in sicer DZ – delo zdravnikov, SAD – točke specialistične obravnave in SPP – točke akutne obravnave.

Osnovni model v obliki ulomljenega programa lahko tako zapišemo za prvo enoto:

$$\begin{aligned}
 e_o &= \max \frac{u_1 y_{10} + u_2 y_{20}}{v_1 x_{10}} = \max \frac{u_1 \cdot 653.121 + u_2 \cdot 7.403}{v_1 \cdot 36,5} \\
 \frac{u_1 y_{12} + u_2 y_{22}}{v_1 x_{12}} &= \frac{u_1 \cdot 120.723 + u_2 \cdot 4.613}{v_1 \cdot 9,2} \leq 1 \\
 \frac{u_1 y_{13} + u_2 y_{23}}{v_1 x_{13}} &= \frac{u_1 \cdot 71.225 + u_2 \cdot 4.554}{v_1 \cdot 8,0} \leq 1 \\
 \frac{u_1 y_{14} + u_2 y_{24}}{v_1 x_{14}} &= \frac{u_1 \cdot 654.668 + u_2 \cdot 5.957}{v_1 \cdot 19,8} \leq 1 \\
 \frac{u_1 y_{15} + u_2 y_{25}}{v_1 x_{15}} &= \frac{u_1 \cdot 3.217.796 + u_2 \cdot 35.415}{v_1 \cdot 120,7} \leq 1 \\
 \frac{u_1 y_{16} + u_2 y_{26}}{v_1 x_{16}} &= \frac{u_1 \cdot 1.508.237 + u_2 \cdot 14.324}{v_1 \cdot 49,7} \leq 1 \\
 \frac{u_1 y_{17} + u_2 y_{27}}{v_1 x_{17}} &= \frac{u_1 \cdot 1.047.139 + u_2 \cdot 12.153}{v_1 \cdot 46,3} \leq 1
 \end{aligned}$$

In še pogoj nenegativnosti uteži (spremenljivk):

$$u_r, v_i \geq 0$$

Poenostavitev v linearni program izvedemo tako, da postavimo zahtevo, da je imenovalec v prvem izrazu enak 1, kar smo zapisali kot prvi pogoj linearnega programa. V skladu z načinom označevanja v literaturi so spremenljivke linearnega programa označene namesto z u in v z grškima črkama μ in ν :

$$\begin{aligned}
 e_o &= \max \mu_1 y_{10} + \mu_2 y_{20} = \max \mu_1 \cdot 653.121 + \mu_2 \cdot 7.403 \\
 \nu_1 x_{10} &= \nu_1 \cdot 36,5 = 1
 \end{aligned}$$

Preostale omejitve:

$$\begin{aligned}
 \mu_1 y_{12} + \mu_2 y_{22} - \nu_1 x_{12} &= \mu_1 \cdot 120.723 + \mu_2 \cdot 4.613 - \nu_1 \cdot 9,2 \leq 0 \\
 \mu_1 y_{13} + \mu_2 y_{23} - \nu_1 x_{13} &= \mu_1 \cdot 71.225 + \mu_2 \cdot 4.554 - \nu_1 \cdot 8,0 \leq 0 \\
 \mu_1 y_{14} + \mu_2 y_{24} - \nu_1 x_{14} &= \mu_1 \cdot 654.668 + \mu_2 \cdot 5.957 - \nu_1 \cdot 19,8 \leq 0 \\
 \mu_1 y_{15} + \mu_2 y_{25} - \nu_1 x_{15} &= \mu_1 \cdot 3.217.796 + \mu_2 \cdot 35.415 - \nu_1 \cdot 120,7 \leq 0 \\
 \mu_1 y_{16} + \mu_2 y_{26} - \nu_1 x_{16} &= \mu_1 \cdot 1.508.237 + \mu_2 \cdot 14.324 - \nu_1 \cdot 49,7 \leq 0 \\
 \mu_1 y_{17} + \mu_2 y_{27} - \nu_1 x_{17} &= \mu_1 \cdot 1.047.139 + \mu_2 \cdot 12.153 - \nu_1 \cdot 46,3 \leq 0
 \end{aligned}$$

In še pogoj nenegativnosti:

$$\mu_r, \nu_i \geq \varepsilon, \text{ za vse } r, i$$

Kot vidimo, gre za linearni program, kjer optimiziramo izbrano enoto, vse preostale enote pa so omejitve, tako da optimalne uteži obravnavane enote pri nobeni enoti ne povzročijo preseganja vrednosti 1 (razlika v omejitvah je < 0 , kar pomeni, da števec ne sme presegati imenovalca).

Model rezultate poslovanja uteži tako, da so za dano enoto v okviru nabora primerjanih enot za to enoto optimalni. Vendar to ne pomeni, da zato enota postane vedno učinkovita, saj mora učinkovita enota presegati rezultate vseh enot, ki poslujejo na podoben način kot opazovana enota.

Metoda kot celota predpostavlja, da postavimo in izračunamo linearne programe za vse enote, tako da zamenjamo enoto, ki jo optimiziramo in ponovimo postopek. Tako dobimo rezultate za vse enote.

Metodo podatkovne ovojnice praviloma uporabimo s pomočjo ustrezne programske opreme, zato se nam s postopkom postavljanja linearnih programov ni treba ukvarjati. V nadaljevanju predstavljamo uporabo enega od programskih orodij za analizo podatkovne ovojnice. Videli bomo, da je treba sam model razumeti, ni pa ga treba modelirati. Razumevanje modela nam nato omogoči tudi ustrezno komentiranje rezultatov.

8.3 Primer modela učinkovitosti slovenskih javnih bolnišnic

Model je primer uporabe metode podatkovne ovojnice (DEA) na realnem problemu. Za obravnavo podatkov smo uporabili programsko rešitev Frontier Analyst (FA, 2011). V model smo vključili 15 bolnišnic. Ne upoštevamo nekaterih bolnišnic, ki se preveč razlikujejo od drugih. Model (Tabela 13) vsebuje pet spremenljivk

- dva vložka:
 - delo zdravnikov (DZ) in
 - obseg nege (ON) ter
- tri izloške:
 - število točk za specialistične preglede – TOČKE,
 - vsota uteži primerov akutne obravnave – SPP in
 - število bolnišničnih oskrbnih dni – BOD.

Tabela 13: Podatki DEA modela za slovenske bolnišnice

E_i	DZ	ON	TOČKE	SPP	BOD
E_1	36,5	168,7	653.121	7.403	53.103
E_2	9,2	24,6	120.723	4.613	14.269
E_3	8,0	25,6	71.225	4.554	12.395
E_4	19,8	60,4	654.668	5.975	35.066
E_5	120,7	481,4	3.217.796	35.415	184.122
E_6	49,7	184,0	1.508.237	14.324	65.394
E_7	46,3	188,0	1.047.139	12.153	55.561
E_8	48,4	264,0	1.586.540	18.285	103.810
E_9	61,1	240,4	983.090	16.782	105.092
E_{10}	54,4	314,7	1.902.860	20.942	111.308
E_{11}	29,8	138,3	735.104	9.310	50.760
E_{12}	45,7	205,5	1.145.828	14.746	69.686
E_{13}	18,2	76,9	508.661	6.455	31.399
E_{14}	543,2	2.197,6	9.886.054	102.949	590.422
E_{15}	248,4	1.017,3	4.567.918	47.604	366.126

Vir: Poročilo o rezultatih 2009 in 2010.

Ker gre za okolje, v katerem enote na izloške težje vplivajo (obseg storitev je odvisen od pogodbe z Zavodom za zdravstveno zavarovanje Slovenije – ZZZS, delež tržne dejavnosti pa je zelo majhen), smo se odločili za vložkovni model. Učinkovitost enot lahko obravnavamo s predpostavko konstantnega ali variabilnega donosa obsega. V tem primeru smo se predvsem zaradi praktičnih razlogov omejili na konstantni donos obsega.

Tabela 14: Rezultati primerjanja enot z modelom DEA

	e_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
E_1	72,2	-27,8	-27,8	32,6	25,1	0,0	-10,2	-46,9	213190,6	1857,6	0,0
E_2	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_3	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_4	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_5	83,7	-16,3	-16,3	0,0	0,0	1,3	-19,7	-78,5	0,0	0,0	2484,0
E_6	90,5	-9,5	-9,5	0,0	1,0	26,4	-4,7	-17,4	0,0	146,1	17241,8
E_7	72,7	-27,3	-27,3	0,0	0,0	11,8	-12,7	-51,4	0,0	0,0	6575,8
E_8	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_9	90,1	-9,9	-9,9	84,6	8,2	0,0	-6,0	-23,7	831856,2	1374,5	0,0
E_{10}	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_{11}	84,9	-15,1	-15,1	8,0	0,0	0,0	-4,5	-20,9	58713,5	0,0	0,0
E_{12}	83,1	-16,9	-16,9	0,0	0,0	2,4	-7,7	-34,7	0,0	0,0	1667,6
E_{13}	93,3	-6,7	-6,7	0,0	0,0	0,1	-1,2	-5,1	0,0	0,0	30,7
E_{14}	56,5	-43,5	-43,5	1,6	0,0	0,0	-236,3	-956,1	158880,4	0,0	0,0
E_{15}	76,2	-23,8	-23,8	36,6	33,2	0,0	-59,0	-241,8	1669691,9	15795,7	0,0

Legenda: e_0 – učinkovitost, D_i – deleži potrebnih sprememb pri spremenljivki i , R_i – absolutne vrednosti potrebnih sprememb pri spremenljivki, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ – oznake spremenljivk za D_i in R_i :

1. DZ – delo zdravnikov,
2. ON – obseg nege, delo medicinskega osebja,
3. TOČKE – število specialističnih točk,
4. SPP-uteži – vsota uteženih primerov akutne obravnave in
5. BOD – število bolnišničnih oskrbnih dni.

Analizo rezultatov izbranega modela podatkovne ovojnice začnemo s pregledom stopnje učinkovitosti, ki pove, kolikšen delež vložkov bi smele porabiti enote, če bi hotele postati učinkovite. Potem bomo preverili, kaj to dejstvo pomeni za posamezne spremenljivke. Z vidika nadzornika celotnega sistema so ne glede na stopnjo učinkovitosti, ki jo izkazujejo, najpomembnejše enote, pri katerih so odmiki največji po absolutni vrednosti. Zato bomo posebej opazovali skupino enot, pri katerih so priložnosti za izboljšanje največje. Pri enotah, pri katerih so priložnosti za izboljšanje največje, bomo predstavili še množico enakovrednih učinkovitih enot, ki določajo podprostor storitvenih možnosti za izbrano enoto.

Analiza je glede na stopnjo učinkovitosti (e_0) izpostavila pet učinkovitih enot (E_2 , E_3 , E_4 , E_8 in E_{10}). Tri enote tvorijo skupino s stopnjo učinkovitosti med 0,90 in 1,00 (E_6 , E_9 in E_{13}). Pri teh so vložki glede na izloške za do 10 % večji kot pri učinkovitih enotah. Od 10 % do 20 % previsoki vložki so pri enotah E_5 , E_7 , E_{11} in E_{12} , presežek vložkov pa je pri treh enotah (E_1 , E_{14} in E_{15}) večji od 20 %.

Pri obravnavi potrebnih izboljšanj moramo upoštevati dva načina obnašanja enot. Enote znotraj polja storitvene možnosti, določenega z učinkovitimi enotami, pri čemer so pri dualnem linearnem programu omejitve za vse spremenljivke v celoti izkoriščene (ne nastajajo neizkoriščene omejitve), lahko dosežejo Pareto-Koopmansovo učinkovitost (nimajo spremenljivk z neizkoriščenimi omejitvami) (Cooper in drugi, 2007, str. 45) pri nespremenjenem razmerju med vrednostmi spremenljivk (radialni pomik na ovojnico). Pri enotah zunaj polja storitvene zmožnosti nastajajo neizkoriščene omejitve. Te enote lahko postanejo tehnično učinkovite ($e_o = 1$), če zmanjšajo vložke za delež, ki ga določa stopnja učinkovitosti, vendar dosežejo Pareto-Koopmansovo učinkovitost le, če spremenijo razmerje med vrednostjo spremenljivk, saj morajo zmanjšati oziroma povečati vrednost spremenljivke, ki ne izkorišča omejitve.

Pri obravnavi rezultatov to pomeni, da potrebne sorazmerne spremembe pri enotah, ki lahko izpolnijo pogoje za Pareto-Koopmansovo učinkovitost, znašajo $e_o - 1$ za vse spremenljivke v obravnavi (v vložkovnem modelu za vložke, v izložkovnem modelu za izložke). Enote z neizkoriščenimi omejitvami lahko tako dosežejo le tehnično učinkovitost, za doseganje Pareto-Koopmansove učinkovitosti pa morajo dodatno izravnati še neizkoriščene omejitve.

Pogled na rezultate pokaže, da imamo pri vseh neučinkovitih enotah po vsaj eno izložkovno spremenljivko z neizkoriščeno omejitvijo, kar se pokaže v rezultatih v Tabeli 14 kot od nič različen delež izboljšanja v stolpcih D_3 , D_4 ali D_5 .

Tako bi lahko načrt doseganja učinkovitosti za najmanj učinkovito enoto E_{15} zapisali kot:

1. zmanjšati obseg dela zdravnikov za 23,8 %,
2. zmanjšati obseg nege za 23,8 %,
3. povečati število točk specialističnih storitev za 36,5 % in
4. povečati število SPP-uteži za 33,2 %.

Prvi dve spremembi se nanašata na vložka, na izboljšanje tehnične učinkovitosti, to je na spremembo, ki pripelje enoto na ovojnico učinkovitosti. Drugi dve spremembi pa se nanašata na izložka, ki sta predmet premisleka o Pareto-Koopmansovi učinkovitosti. Gre za vrednosti, ki sta zunaj polja storitvenih možnosti. Na poenostavljenem primeru (Grafikon 2) imamo štiri enote, ki izstopajo iz polja, ki ga določata obe učinkoviti enoti. Vse so pod daljico od središča do povsem desne enote. Da dosežejo Pareto-Koopmansovo učinkovitost, bi se morale tudi te enote pomakniti v polje storitvenih možnosti (med obe daljici, ki segata od izhodišča do učinkovitih enot).

Za konec razprave o rezultatih analize z metodo podatkovne ovojnice si oglejmo še predstavitev točke učinkovitosti za neučinkovito enoto na podlagi linearne kombinacije. Tako lahko neučinkovita enota razmišlja o razmerju med seboj in učinkovitimi

enotami z enakovrednimi storitvenimi modeli.⁵ Poslovanje hipotetično učinkovite enote E15 lahko opredelimo z dvema enakovrednima enotama (vrednosti koeficientov v linearni kombinaciji so rezultati dualnega linearnega programa (3)):

$$E_{15}^* = 5,41 \cdot E_4 + 1,70 \cdot E_8$$

Za spremenljivko DZ (delo zdravnikov) tako ciljna vrednost znaša:

$$5,41 \cdot 19,8 + 17,0 \cdot 48,4 = 107,1 + 82,4 = 189,5$$

To pomeni, da bi se morala E_{15} izboljšati tako, da bi zmanjšala obseg dela zdravnikov za 23,8 % od 248,4 na 189,5. Pri vložkovni spremenljivki DZ tako k učinkoviti E_{15} prispeva E_4 56,5 %, in E_8 43,5 %.

Prikazani načini obravnave pojava z metodo podatkovne ovojnice so le del tega, kar lahko s pomočjo te metode opazujemo. Pri poročanju o rezultatih pa moramo biti previdni, saj je navadno težko pridobiti povsem zanesljive podatke o poslovanju enot javnega sektorja. V našem primeru najbolj izstopa težava z neusklajenostjo podatkov o obsegu dela in podatkov o obsegu storitev, saj je v obseg dela všteti tudi čas, ki ni namenjen storitvam, ki smo jih obravnavali v modelu.

Z analizo stopnje učinkovitosti in priložnosti za izboljšanje lahko ugotovimo tako položaj posamezne enote v primerjavi z drugimi kot tudi načine in obseg potrebnih izboljšav. Z analizo neizkoriščenosti omejitev in skupin enakovrednih enot pa lahko prikažemo podrobnejšo sliko storitvenih modelov, ki jih uporabljajo enote v sistemu.

Kakovostno odločanje lahko podsistemi dosežejo le na osnovi informacij. Ključ do uspeha je dostopnost podatkov in uporaba primernih metod. Skrbniki politik se žal ne zavedajo svoje odgovornosti za delovanje sistema in ne razumejo, da je za potrebe razvoja politik in doseganja smotrnosti delovanja treba zagotoviti kakovostne podatke na mikro ravni in s primerjanjem med izvajalskimi enotami ugotoviti, katere enote so učinkovite in katere ne ter zakaj.

8.4 Investiranje in smotrnost

Smotrnost stroškov zdravstva na makro- in mikroravni je pogosta tema znanstvenoraziskovalnih in tudi strokovnih študij. Pri tem se uporabljajo različni pristopi. Veliko truda je bilo vloženega v dokazovanje, kako investicije v zdravstvo prinašajo velike učinke. Za analize na makroravni raziskovalci navadno uporabljajo analizo časovnih vrst stroškov in izidov zdravstva ter na osnovi bistvene rasti kazalnikov

⁵ Izhodna tabela iz programa Frontier Analyst ima manjšo nerodnost, da v imenih stolpcev za vrednosti lambda navede spremenljivke, čeprav gre v resnici za vrednosti lambda (so pa tudi zapisane v odstotkih, zato jih je treba deliti s 100). Za katere vzornike gre, pa je razvidno iz razvrstitve zapisa vzornikov, ki sledi v stolpcih za stolpci z vrednostjo lambda. Tudi ti stolpci imajo imena, povezana z imeni spremenljivk, kar ni v skladu z dejanskim stanjem (stolci z istoležečimi stolpci kot za same vrednosti, kjer so zapisane oznake ustreznih vzornikov).

zdravja sklepajo, da so vlaganja v zdravstvo smotrna in da tako kažejo tudi napovedi za prihodnost (Luce, 2006; Murphy, 2006).

Številni avtorji na tako dokazovanje odgovarjajo, da je iz kazalnikov, ki se uporabljajo za dokazovanje primernosti rezultatov vlaganj v zdravstvo, sicer mogoče sklepati o ustreznosti rezultatov, vendar ti ne povedo, ali v zdravstvo vlagamo premalo, ravno prav ali preveč. To, da so vlaganja v zdravstvo dala v povprečju pozitivne rezultate, še ne pomeni, da je zdravstveni sistem učinkovit (Frakt, 2012). Ob tem tudi ni jasno, ali je razporeditev virov med zdravstvom in preostalimi vrstami uporabe javnih sredstev učinkovita, niti ne vemo, koliko zdravja bi morali dobiti za vložena sredstva (Baiker, 2011). Težava je v tem, da se koristi različnih vrst porabe v zdravstvu med seboj zelo razlikujejo. Nekateri tretmaji, namenjeni široki populaciji pacientov, prinašajo velike koristi pri sorazmerno majhni porabi. Nekateri dragi tretmaji imajo visoko vrednost za posamezne specifične paciente in nizko vrednost za preostale. Hkrati se širi tudi nabor tretmajev, ki pomembno pripomorejo k hitri rasti porabe sredstev, pri čemer so njihove koristi za zdravje vprašljive. Zato so priložnosti v učinkovitejšem razporejanju porabe velike (Baiker, 2012).

Na splošno je opredelitev rešitve problema dokaj preprosta. Dobro delujoč zdravstveni sistem mora izkazovati produkcijsko učinkovitost (zdravstveni viri so usmerjeni v najboljšo mogočo uporabo in ustvarjajo kar največ zdravja) in alokativno učinkovitost (pravilna delitev sredstev med zdravstvo in druge dobrine) (Baiker, 2011). Na osnovi opredelitev iz prejšnjega poglavja lahko zgornjo trditev dopolnimo z zahtevo po smotrnosti, kar izpostavi pomen oblikovanja politik s kvantitativnimi cilji glede kakovosti, dostopnosti in obsega storitev ter njihovo ustrezno implementacijo pri posameznih izvajalcih politik (enote poslovnega odločanja).

Večjo smotrnost delovanja lahko v danih razmerah delovanja dosežemo z uveljavljanjem sistema celovite kakovosti, v okviru katerega uporabimo primerna menedžerska orodja za razvoj kakovosti poslovanja, ki naj prinese boljše smotrnost (več storitev, boljše storitve, krajše čakalne vrste) delovanja. Ključne spremembe v smotrnosti pa lahko dosežemo le z investiranjem v opremo, objekte in znanje.

Pri načrtovanju investiranja moramo upoštevati načelo optimalne smotrnosti. Vlaganja povečajo vrednost uporabljenih sredstev, in če ostanejo preostala razmerja med vložki in izložki nespremenjena, povzročijo znižanje smotrnosti. Na splošno:

- nadinvestirane enote poslovnega odločanja izkazujejo manjšo in
- podinvestirane enote večjo učinkovitost.

Pri tem lahko privzamemo, da sorazmerno manjša vrednost osnovnih sredstev pomeni manjšo kakovost storitev, sorazmerno večja vrednost pa večjo. Boljša oprema prinaša boljše rezultate, boljši in udobnejši prostori vplivajo na večje zadovoljstvo

bolnikov, navsezadnje pa tudi na boljše rezultate zdravljenja. Boljše delovne razmere lahko povečajo obseg izločkov in s tem pripomorejo k večji učinkovitosti. Ob tem se poveča tudi dostopnost, če se seveda ne pojavijo zunanje ovire v obliki omejevanja obsega dela.

V smislu zagotavljanja smotrnosti morajo biti cilji investiranja na makro ravni jasni in kvantitativno opredeljeni, pri čemer so sprejemljivi cilji:

- izravnava podinvestiranosti, usklajevanje z opredeljenimi standardi;
- povečanje izločkov (obseg storitev, kakovost, dostopnost); in
- zmanjšanje vložkov (delo, material, drugi stroški).

Prvi korak k vzpostavljanju smotrnosti delovanja je zato obvladovanje smotrnosti delovanja na mikroravni, čiščenje in urejanje sistema tako, da uredimo delovanje posameznih enot. Pri tem je ključno načrtovanje oziroma preverjanje rezultatov investiranja.

V naslednjem podpoglavju sledi pregled metod za merjenje rezultatov investiranja. Na osnovi teh spoznanj bomo predstavili model merjenja smotrnosti investiranja v zdravstvu, ki ga bomo v empiričnem delu prispevka uporabili za panelno in vzdolžno obravnavo podatkov o rezultatih investiranja slovenskih bolnišnic.

8.5 Merjenje smotrnosti s celotno faktorsko produktivnostjo

Merjenje smotrnosti, kot smo jo definirali v predhodnih poglavjih, temelji na primerjanju. V ta namen lahko uporabimo temeljne metode, kot so standardizirani kazalniki, skupni rang, stopnja doseganja ciljev ali ustrezne parametrične (stohastična analiza mejne funkcije)⁶ ali neparametrične (metoda podatkovne ovojnice)⁷ optimizacijske metode.

V javnem sektorju se pogosto srečamo s problematiko kakovosti in primerljivosti podatkov. Zato so rezultati primerjanja med enotami pogosto deležni kritike o veljavnosti ugotovitev. Da bi se temu izognili, v prispevku predstavljamo primerjalne metode, ki se z opazovanjem sprememb oziroma razvoja posamezne enote v okviru dane skupine takim omejitvam izognejo.

V nadaljevanju tako predstavljamo klastersko in regresijsko analizo nad indeksi spremenljivk izločkov in vložkov ter analizo celotne faktorske produktivnosti. Prvi del analize obsega splošno znane in pri takih študijah pogosto uporabljene metode. Zato v nadaljevanju podrobneje predstavljamo metodo celotne faktorske produktivnosti.

⁶ SFA – *Stochastic Frontier Analysis*.

⁷ DEA – *Data Envelopment Analysis*.

Celotna faktorska produktivnost je delež izlozkov, ki ga ni mogoče razložiti s količino vložkov. Rast celotne faktorske produktivnosti⁸ lahko merimo s Solowovim rezidu-alom (Solow, 1956), ki v izračunu upošteva stopnjo rasti agregata izlozkov, stopnjo rasti agregatnega kapitala, stopnjo rasti agregatnega dela in delitev kapitala. Gre za ostanek vrednosti rasti agregata izlozkov, ko od njegove celotne rasti odštejemo rast kapitala, in dela, ki ga zato lahko pripišemo spremembam v procesih (proizvodnih, storitvenih, poslovnih), to je inovativnosti. Del inovacij lahko pripišemo prevzemanju novih tehnologij, del pa razvoju menedžmenta, organizacije, procesov in zaposlenih.

Za merjenje celotne faktorske produktivnosti lahko uporabimo tudi Törnqvistov ali Malmquistov indeks. Prvi je geometrična sredina trenutnih cen sorazmerno glede na cene v izbranem osnovnem obdobju, utežena z aritmetično sredino deleža vrednosti v obeh obdobjih za vsako upoštevano dobrino. Törnqvistov indeks ima dve pomembni omejitvi. Ne omogoča namreč dekompozicije rasti v spremembe zaradi uvajanja novih tehnologij in druge spremembe ter zahteva poznavanje cen vložkov in izlozkov, ki jih upoštevamo v izračunu.

Malmquistov indeks je razmerje med funkcijami razdalje, ki vrednotijo več izlozkov oziroma več vložkov (tehnologij), in zato ne zahteva poznavanja cen.

Malmquistov indeks M_0 glede na izbrani časovni točki t in $t + 1$ lahko definiramo s funkcijama razdalje D_0^t in D_0^{t+1} , definiranimi v izbranih časovnih točkah, nad vektorji vložkov $\mathbf{x}^t$ in $\mathbf{x}^{t+1}$ ter izlozkov $\mathbf{y}^t$ in $\mathbf{y}^{t+1}$ kot (Färe, 1994):

$$M_o(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1}, \mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \frac{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} * \left[\left(\frac{D_0^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})} \right) \left(\frac{D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Pri tem prvo razmerje meri spremembo tehnične učinkovitosti (relativno oddaljenost od ovojnice učinkovitosti) med časovnima točkama $t + 1$ in t :

$$M_U = \frac{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \quad (3)$$

in je geometrična sredina dveh razmerij med oglatima oklepajema premik v tehnologiji med časovnima točkama z ravniyo vložkov $\mathbf{x}^t$ in $\mathbf{x}^{t+1}$:

$$M_T = \left[\left(\frac{D_0^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})} \right) \left(\frac{D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{D_0^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Vrednosti Malmquistovega indeksa > 1 izražajo povečanje učinkovitosti, < 1 pa zmanjšanje učinkovitosti.

⁸ TFP – Total Factor Productivity.

Če vzamemo za funkcije razdalje obratne vrednosti Farrellove mere tehnične učinkovitosti, lahko za izračun uporabimo metodo podatkovne ovojnice, ki nam za nabor vložkov in izlozkov pri dani množici obravnavanih enot poslovnega odločanja za vsako od enot določi relativno razdaljo od ovojnice učinkovitosti. V primeru analize smotrnosti investiranja opazujemo spremembe na strani izlozkov. Zato seveda uporabimo k izlozkom usmerjeno metodo podatkovne ovojnice.

Celotna sprememba učinkovitosti je razmerje med relativno učinkovitostjo v opazovanem obdobju in učinkovitostjo v primerjalnem obdobju (2). Obe razdalji ovojnice učinkovitosti dobimo za izračunom ovojnice (DEA) za vsako od obravnavanih časovnih točk. Spremembo v tehnologiji dobimo kot aritmetično sredino dveh razmerij med učinkovitostjo glede na ovojnico učinkovitosti v opazovanem obdobju in ovojnico učinkovitosti v primerjalnem obdobju za stanje v opazovanem obdobju in za stanje v primerjalnem obdobju.

V praksi to pomeni, da moramo izračunati učinkovitost z DEA za vsako enoto:

- za opazovano obdobje $D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$ in primerjalno obdobje, $D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$,
- za opazovano obdobje glede na polje storitvenih možnosti v preteklem obdobju $D_0^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$ in
- za primerjalno obdobje glede na polje storitvenih možnosti v opazovanem obdobju $D_0^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$.

8.5.1 Celotna faktorska produktivnost mreže slovenskih javnih bolnišnic

Celotno faktorsko produktivnost slovenskih bolnišnic smo obravnavali z Malmquistovim indeksom produktivnosti, pri čemer smo za funkcijo razdalje uporabili v izloške usmerjen model metode podatkovne ovojnice (DEA). Za primerjavo smo tako kot v predhodnem podpoglavju primerjali podatke za leto 2011 in za leto 2009, za katero so na voljo najstarejši celoviti podatki.

V analizi smo upoštevali vse bolnišnice razen ene, pri kateri so bili podatki tako izkrivljeni, da niso bili primerni za obravnavo. Pri vložkih smo za kapital vzeli vrednost amortizacije, saj podrobnih podatkov o kapitalu posameznih bolnišnic nismo imeli na voljo. Na strani izlozkov je zadeva še nekoliko bolj zapletena, saj so vrednosti uteži SPP za različne bolnišnice različne, pri psihiatriji in specialistični ambulantni dejavnosti pa imamo za različne vrste storitev različne cene. Pridobivanje vseh podatkov in izračuni vrednosti bi zahtevali precej časa in truda, pri čemer cilj raziskave ni bil usmerjen v natančno izračunavanje podatkov, temveč smo želeli predvsem prikazati problematiko in ponuditi metode za načrtovanje ter spremljanje uveljavljanja poli-

tik v zdravstvu. Ker gre pri izračunu celotne faktorske produktivnosti za opazovanje sprememb, smo obseg storitev obtežili z ocenami povprečnih vrednosti storitev.

Model (Tabela 17) upošteva dva vložka (vrednost amortizacije ter stroške plač in nadomestil) ter en izloček (vrednost storitev), izračunano iz obsega opravljenih storitev kot uteženo vsoto z upoštevanjem izbranih povprečnih vrednosti storitev (Tabela 2).

Tabela 17: Podatkovna tabela vložkov in izločka

B _{ol}	CP	A	A	SPN	SPN	VOD	VOD
	2011	2011	2009	2011	2009	2011	2009
B ₁	14.564.022	664.156	588.289	6.581.702	6.588.227	16.722.612	15.113.364
B ₂	90.882.557	4.759.609	3.623.680	39.916.106	39.344.108	97.958.811	96.400.908
B ₃	1.736.822	63.085	69.490	960.076	903.401	306.864	7.096.734
B ₄	38.888.883	1.727.282	1.647.155	17.297.742	15.371.964	39.220.239	36.873.111
B ₅	32.822.310	1.631.127	1.480.452	14.102.556	13.220.313	36.093.522	34.029.657
B ₆	23.713.803	1.371.640	1.460.474	7.373.684	7.229.155	29.110.476	24.974.499
B ₇	6.375.055	201.250	216.152	2.909.667	2.805.093	7.358.532	7.128.249
B ₈	24.770.776	1.538.671	1.452.586	9.626.419	9.827.131	22.463.781	22.019.643
B ₉	89.980.127	3.764.101	7.185.192	22.567.830	22.806.850	38.269.068	32.839.095
B ₁₀	452.975.727	20.718.646	11.144.307	186.857.163	188.112.916	364.565.417	366.867.562
B ₁₁	24.205.578	671.347	649.021	10.863.265	10.408.828	25.744.944	25.618.518
B ₁₂	176.153.601	11.953.458	8.594.377	68.935.938	67.724.592	152.902.167	153.615.954
B ₁₃	43.302.710	2.155.095	1.723.964	19.795.132	20.192.099	48.857.307	46.050.411
B ₁₄	51.886.034	2.453.996	2.171.987	23.400.091	22.502.377	58.980.276	57.255.420
B ₁₅	7.528.202	264.266	263.531	2.383.871	2.297.054	9.321.855	7.929.558
B ₁₆	24.010.195	879.897	1.018.507	9.872.568	9.728.427	24.959.571	23.457.312
B ₁₇	6.719.038	193.281	190.695	2.560.810	2.389.952	6.041.193	5.124.606
B ₁₈	38.333.811	1.796.696	1.851.493	16.625.106	15.990.828	41.436.579	39.481.164
B ₁₉	41.814.915	1.938.289	1.986.984	19.986.062	19.399.904	40.371.723	39.603.750
B ₂₀	10.090.777	318.595	322.433	4.386.405	4.411.783	12.850.866	13.092.495
B ₂₁	14.929.335	446.286	436.184	6.420.679	6.417.378	15.921.687	16.065.303
B ₂₂	8.237.944	380.774	268.704	4.125.781	4.201.029	8.863.624	8.777.461
B ₂₃	25.615.217	871.377	955.931	13.560.363	14.395.641	24.944.594	24.185.533
B ₂₄	5.761.030	223.841	200.439	3.104.427	3.015.015	6.111.643	5.988.803
B ₂₅	6.966.911	345.173	277.112	3.658.719	3.725.759	8.656.712	8.714.218
B ₂₆	6.590.706	227.988	233.209	3.530.977	3.499.264	6.698.915	6.770.231

Vir: Ministrstvo za zdravje, 2012.

Legenda: CP – celotni prihodki, A – amortizacija, SPN – stroški plač in nadomestil, VOD – vrednost opravljenega dela.

Za kontrolo nad primernostjo izračuna so v prvem stolpcu tabele prikazani celotni prihodki za leto 2011. Pri večini bolnišnic smo z izračunom dobili smiselne podatke. Ocenjena vrednost opravljenega dela je dovolj blizu vrednosti celotnih prihodkov. Pri enoti 3 je bil rezultat povsem neustrezen, zato smo jo iz nadaljnje obravnave izločili. Večje odstopanje ocenjene vrednosti opravljenih storitev od celotnih prihodkov zasledimo še pri enoti pod številko 9, znatno, vendar sorazmerno precej manjše odstopanje, pa še pri zaporednih številkah 10 in 12. Ker je delež javne službe pri vseh bolnišnicah krepko večji od 90 odstotkov, razlike ne morejo izhajati iz storitev na trgu. Razlike pri enotah 10 in 12 so zelo verjetno posledica različnega vrednotenja uteži SPP, pri enoti 9 pa je razlika prevelika, da bi jo lahko pojasnili s tem dejstvom. Ker gre pri ocenjevanju celotne faktorske produktivnosti za primerjanje stanja pri posameznih enotah, omenjena dejstva ne vplivajo bistveno na rezultat.

Izračun je potekal tako, kot smo to opisali v 4. poglavju. Za dano množico 25 enot smo s programskim orodjem Frontier Analyst izračunali tehnično učinkovitost v letu 2011 – U-2011 ($D_0^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$) in v letu 2009 – U-2009 ($D_0^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$), tehnično učinkovitost vsake enote za leto 2009 glede na podatke za celotno množico za leto 2011 – U-2009/11 ($D_0^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$) in tehnično učinkovitost vsake enote za leto 2011 glede na podatke za celotno množico za leto 2009 – U-2011/09 ($D_0^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$). Sledenja izračuna smo realizirali tako, da smo najprej v model U-2011 dodali podatke vsake obravnavane enote za leto 2009 in zanjo izračunali učinkovitost ter podobno v modelu U-2009 izračunali učinkovitost za podatke za leto 2011.

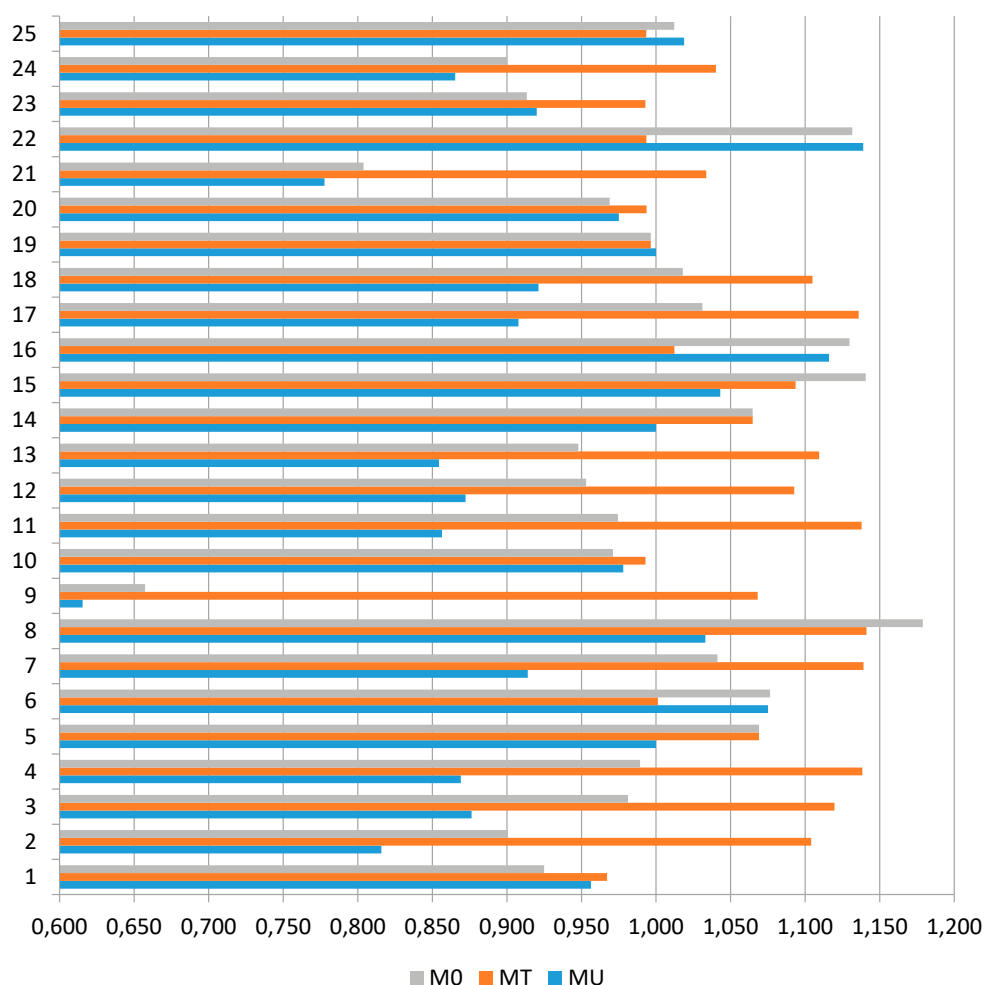
Od tukaj do končnega rezultata je le še korak, s formulo (2) izračunamo relativno učinkovitost med časovnima točkama M_{t_0} , s formulo (3) premik v tehnologiji med obema točkama M_T in s formulo (1) Malmquistov indeks učinkovitosti M_0 . Za primerjavo rezultatov smo v zadnji desni stolpec dodali še koeficient vrednosti amortizacije.

Tabela 18: Tehnične učinkovitosti in Malmquistov indeks

	U-2011	U-2009	U-2009/11	U-2011/09	M_U	M_T	M_0	A-2011/ A2009
B ₁	69,5	72,7	86,3	77,2	0,956	0,967	0,925	1,13
B ₂	62,7	76,8	71,5	71,1	0,816	1,104	0,901	1,31
B ₄	62,5	71,3	62,9	69,1	0,876	1,120	0,981	1,05
B ₅	65,4	75,3	65,8	74,1	0,869	1,138	0,989	1,10
B ₆	100,0	100,0	87,5	100,0	1,000	1,069	1,069	0,94
B ₇	90,7	84,3	83,5	90,0	1,075	1,001	1,076	0,93
B ₈	59,3	64,9	57,0	67,6	0,914	1,139	1,041	1,06
B ₉	43,1	41,7	36,5	49,1	1,033	1,141	1,179	0,52
B ₁₀	49,9	81,1	81,6	57,3	0,615	1,068	0,657	1,86
B ₁₁	95,1	97,2	97,9	94,4	0,978	0,993	0,971	1,03
B ₁₂	56,3	65,7	57,9	64,2	0,856	1,138	0,975	1,39
B ₁₃	64,0	73,3	70,0	72,9	0,872	1,093	0,953	1,25
B ₁₄	67,1	78,5	71,8	75,5	0,854	1,109	0,948	1,13
B ₁₅	100,0	100,0	88,2	100,0	1,000	1,065	1,065	1,00
B ₁₆	75,4	72,3	64,3	80,2	1,043	1,094	1,141	0,86
B ₁₇	78,6	70,4	68,9	78,8	1,116	1,012	1,130	1,01
B ₁₈	64,9	71,5	63,1	73,9	0,908	1,136	1,031	0,97
B ₁₉	56,8	61,7	55,3	62,2	0,921	1,105	1,018	0,98
B ₂₀	100,0	100,0	100,0	99,3	1,000	0,996	0,996	0,99
B ₂₁	88,5	90,7	91,3	87,9	0,975	0,994	0,969	1,02
B ₂₂	62,6	80,5	81,0	67,3	0,778	1,034	0,804	1,42
B ₂₃	71,0	62,3	62,7	70,5	1,139	0,994	1,132	0,91
B ₂₄	67,7	73,6	74,1	67,2	0,920	0,993	0,913	1,12
B ₂₅	67,9	78,4	78,6	73,6	0,865	1,040	0,900	1,25
B ₂₆	72,8	71,5	72,0	72,4	1,019	0,993	1,012	0,98
Povprečje	71,66	76,63	73,19	75,83	0,935	1,053	0,984	1,231

Iz Tabele 18 in Grafikona 3 je razvidno, da se enote med seboj zelo razlikujejo in da so podatki o mreži slovenskih javnih bolnišnic precej nehomogeni. Ker se obravnava sprememb opira na vzdolžne spremembe za posamezne enote v času, omenjena dejstva ne ovirajo opazovanja pojava.

Grafikon 3: Dekompozicija Malmquistovega indeksa



Celotna faktorska produktivnost (M_0) se giblje od 0,657 (enota 10, ko se je zaradi izrednih investicij v letu 2009 med letoma 2009 in 2010 skoraj dvakratno povečala vrednost amortizacije) do 1,179 (enota 9, ko je vrednost amortizacije od leta 2009 do leta 2010 padla za več kot dvakrat). Pri petnajstih enotah je celotna faktorska produktivnost manjša od 1, pri enajstih je večja, povprečna vrednost pa je 0,99. Spremembe, ki jih izkazuje M_0 , so skoraj v celoti posledica sprememb v amortizaciji, saj sta oba indeksa močno negativno povezana ($r = -0,90$).

Premik v tehnologiji (M_T) je pri večini enot (19) večji od 1. Največji premik v učinkovitosti tehnologije izkazujejo enote 5, 8, 9, 12 in 18 z indeksom okrog 1,14, najnižjega pa enota 1. Povprečna vrednost indeksa je 1,06.

Razlike pri tehnični učinkovitosti (MU) so večje kot pri premiku v tehnologiji. Pri večini enot (17) je vrednost indeksa manjša od 1, najnižja pa je pri enoti 10. Največji porast v tehnični učinkovitosti izkazujeta enoti 23 (1,139) in 17 (1,116). Prva med njima je zmanjšala oba vložka ob skoraj nespremenjenem izlošku, druga pa je pri rahlem povečanju obeh vložkov bistveno povečala izloške. V povprečju se je tehnična učinkovitost zmanjšala za 0,065.

Rezultati so pokazali, da se povečanje vrednosti sredstev ne izraža v primernem povečanju obsega opravljenega dela. V povprečju vplivajo vlaganja na pozitiven premik v tehnologiji, vendar obseg opravljenih storitev ne sledi povečanju vrednosti sredstev. Zato lahko sklenemo, da investicije niso pripomogle k večji učinkovitosti dela mreže slovenskih bolnišnic, kar pomeni:

- da so bila vlaganja usmerjena v izboljšanje razmer za delo (usklajevanje razmer s standardi), ki ne vplivajo na večjo učinkovitost dela; oziroma
- da vlaganja ne dajejo ustreznih rezultatov.

Dokončno oceno izvajanja politik pri razvoju mreže slovenskih bolnišnic bi dala analiza investicijskih vlaganj po posameznih bolnišnicah, pri čemer bi na enak način kot za celotno mrežo sklepali o rezultatih investicij v posameznih enotah.

Prikazani model je primerno orodje tako za načrtovanje kot tudi za preverjanje rezultatov investiranja zbirno na ravni celotne mreže in posamično za vsako enoto posebej. Pri načrtovanju je model orodje za preverjanje načrtov (izračuni z uporabo pričakovanih prihodnjih vrednosti) in pri evalvaciji za preverjanje rezultatov (izračuni z uporabo dejanskih rezultatov).

8.5.2 Diskusija

Izračun celotne factorske produktivnosti je pokazal, da je ta v povprečju skoraj enaka 1. To pomeni, da investiranje ni pripomoglo k povečanju učinkovitosti. Dekompozicija Malmquistovega indeksa je pokazala, da je bil storjen premik v tehnologiji, vendar to ni prineslo povečanja tehnične učinkovitosti, katere povprečna vrednost znaša 0,94. Analiza je tudi pokazala nekatera večja odstopanja pri posameznih enotah, ki so povzročila večja odstopanja v indeksu in (ne)učinkovitosti.

Glede na razpravo o smotrnosti v 3. poglavju bi zato lahko smotrnost investiranja v izbranem obdobju zagovarjali le z dejstvom, da so bile vse investicije v tem obdobju namenjene dvigu standarda kakovosti ali dostopnosti. Seveda na tem na osnovi izvedene študije težko sklepamo. V ta namen bi morali imeti točne podatke o investicijah in njihovih ciljih ter pričakovanjih.

Omejitve študije so bile pogojene s pridobivanjem relevantnih podatkov. Zato smo v empiričnem delu raziskave opredelili vložke le z obsegom opravljenega dela, nismo

pa upoštevali kakovosti in dostopnosti. Prav tako nismo imeli na voljo podatkov o ciljnih vrednostih sredstev, ki smo jih v raziskavi ocenjevali z vrednostjo amortizacije, zato nismo mogli oblikovati pregleda smotrnosti investicij po posameznih enotah. V ta namen bi morali pač poznati interval sprejemljive vrednosti sredstev za vsako enoto posebej. Spremenljivka za merjenje vrednosti kapitala (vrednost amortizacije) naj bi bila smiselna in primerna za oceno stanja, vendar velika odstopanja pri nekaterih enotah kažejo, da imamo tudi pri tem opraviti z nekaterimi anomalijami. Pri tem se postavlja vprašanje, ali morda anomalije ne izhajajo iz pristopa k finančno-računovodski obdelavi podatkov, čeprav menimo, da je primerjava s pomočjo amortizacije kot spremenljivke, ki izraža vrednost kapitala, dokaj realna.

8.6 Vprašanja za utrjevanje znanja

V zadnjem podpoglavju smo obravnavali metodo podatkovne ovojnice. Za utrjevanje poznavanja in razumevanja pojmov priporočamo, da preučite primer uporabe metode podatkovne ovojnice za oceno učinkovitosti delovanja slovenskih občin. Vprašanja se nanašajo na magistrsko delo študentke Mojce Biščak:

Biščak, M. (2015). Vpliv managementa pri zagotavljanju individualne in organizacijske učinkovitosti delovanja slovenskih občin [Magistrsko delo]. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za upravo. <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=90845>

Za občutek, kako se lahko ključne ugotovitve magistrskega dela uporabijo za pripravo znanstvenoraziskovalnega članka pa preberite članek:

Biščak, M., in Benčina, J. (2019). The Impact of HRM Practices on the Performance of Municipalities. The Case of Slovenia. *Transylvanian Review of Administrative Sciences*, 15(58), 5–23. <https://doi.org/10.24193/tras.58E.1>

Namen naloge je, da se seznanite s primerom uporabe metode podatkovne ovojnice, zato vas vprašanja peljejo po magistrskem delu tako, da se srečate z vsemi pomembnimi elementi raziskave.

1. Kaj je osnovni pojem raziskave?
2. Kaj je polje, v katerem se obravnava osnovni pojem?
3. Kaj so enote obravnave? Katere enote so vključene v preiskovano množico?
4. Kaj je problemsko okolje in kaj splošni raziskovalni okvir obravnavanega dela?
5. Kaj je namen in kaj so cilji raziskave? Ali hipoteze ustrezajo namenu in ciljem?
6. Kaj je osnovni koncept učinkovitosti?
7. Kako je učinkovitost opredelil Farrell? Katere vrste učinkovitosti je opredelil? Kako jih je strukturiral?

8. Kakšna je razlika med tehnično in alokativno učinkovitostjo?
9. Kakšna je opredelitev tehnične učinkovitosti in kdo je njen avtor?
10. Kaj je osnovno izhodišče alokativne učinkovitosti?
11. Kaj je ekonomska učinkovitost?
12. Kaj je notranja učinkovitost? Kako bi jo opisali na primeru terciarnega izobraževanja? Navedite vsaj tri kazalnike in enega komentirajte.
13. Kateri so pogoji notranje ekonomske učinkovitosti izobraževanja?
14. Kaj je zunanja učinkovitost? Kako bi jo opisali na primeru izobraževanja? Navedite vsaj tri kazalnike in enega komentirajte.
15. Navedite vsaj dve metodi, ki se poleg DEA uporabljata za ugotavljanje učinkovitosti. Eno od obeh komentirajte.
16. Kakšna je osnovna definicija metode podatkovne ovojnice?
17. Kako so avtorji metode DEA preoblikovali osnovno definicijo v linearni program?
18. Kaj je temeljni korak pri oblikovanju modela DEA?
19. Navedite vsaj tri kazalnike za vložke in tri kazalnike za izloške občin.
20. Po kom se je zgledovala avtorica pri oblikovanju modelov?
21. Kako je definiran model 1? Komentirajte vložke.
22. Kaj povedo rezultati, predstavljeni v Tabeli 4?
23. Kateri model je uporabila avtorica? Model s konstantnim ali model z variabilnim donosom obsega?
24. Komentirajte rezultat za Češko in za Slovenijo? Pomagajte si z vrednostmi vložkov in izložkov ter preverite, kaj so slabosti češkega in slovenskega izobraževalnega sistema.
25. Katere države so vzornice Slovenije? Opredelite podobnost po spremenljivkah. Komentirajte Grafikon 13.
26. Kaj so ključne priložnosti za izboljšanje za Slovenijo? Komentirajte Grafikon 11.
27. Kaj bi morali spremeniti v slovenskem izobraževalnem sistemu, da bi postal učinkovitejši?

Izdatki za terciarno izobraževanje so večji v razvitejših državah, zato bi lahko manj razvite države z manj stroški za izobraževanje bile učinkovitejše. Kako komentirate dejstvo, da ni tako?

8.7 Povzetek vsebine

V tem poglavju je metoda podatkovne ovojnice (DEA) predstavljena kot osrednje neparametrično orodje za merjenje relativne učinkovitosti enot javnega sektorja, ki delujejo v okviru zahtev smotrnosti, opredeljene prek kakovosti, dostopnosti in po-

rabe virov. Uvodna razprava vzpostavi konceptualni okvir smotrnosti ter poudari izzive, ki izhajajo iz pomanjkljivega določanja standardov, raznolikosti podatkovnih ravni in težav pri zagotavljanju primerljivosti med organizacijami.

Osrednji del poglavja razvije teoretične temelje metode DEA. Posebna pozornost je namenjena vlogi vložkov in izložkov, konstrukciji podatkovne ovojnice, interpretaciji referenčnih enot in linearnih kombinacij ter razlikovanju med tehnično in alokativno učinkovitostjo. Empirični primer analize slovenskih bolnišnic prikazuje, kako lahko DEA razkrije neučinkovitosti in identificira priložnosti za izboljšanje delovanja v praksi.

Sklepni del poglavja razširi analizo na časovno razsežnost z uporabo Malmquistovega indeksa celotne factorske produktivnosti, ki omogoča spremljanje sprememb tehnične učinkovitosti in tehnološkega napredka. Na podlagi podatkov zdravstvenih ustanov so predstavljeni vplivi investicij na produktivnost, omejitve, ki jih povzročata kakovost in razpoložljivost podatkov, ter implikacije za oblikovanje javnih politik. Poglavje tako vzpostavlja metodološko osnovo za uporabo DEA kot podpornega orodja pri presoji smotrnosti porabe javnih sredstev.

8.8 Literatura in viri

- Baicker, K., in Chandra, A. (2011). Aspirin, Angioplasty and Proton Beam Therapy: The Economics of Smarter Health-Care Spending. Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Symposium. https://www.kansascityfed.org/documents/3074/2011-Baicker-Chandra_final.pdf
- Baicker, K., Chandra, A., in Skinner, J. S. (2012). Saving Money or Just Saving Lives? Improving the Productivity of US Health Care Spending. *Annual Review of Economics*, 4, 33–56.
- Biščak, M. (2015). Vpliv managementa pri zagotavljanju individualne in organizacijske učinkovitosti delovanja slovenskih občin [Magistrsko delo]. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za upravo. <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=90845>
- Biščak, M., in Benčina, J. (2019). The Impact of HRM Practices on the Performance of Municipalities. The Case of Slovenia. *Transylvanian Review of Administrative Sciences*, 15(58), 5–23. <https://doi.org/10.24193/tras.58E.1>
- Charnes, A., Cooper, W. W., in Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decisionmaking Units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.
- Cook, W. D., Tone, K., in Zhu, J. (2009). *Data Envelopment Analysis: A Practitioner's Guide*. Springer.

- Färe, R. (1994). *Fundamentals of production theory*. Springer.
- Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A*, 120(3), 253–290.
- Frakt, A. (2012). The value of health care. <https://theincidentaleconomist.com/wordpress/value-of-health-care/>
- Koopmans, T. C. (1951). Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. V T. C. Koopmans (ur.), *Activity Analysis of Production and Allocation* (pp. 33–97). Wiley.
- Luce, B. R., Mauskopf, J., Sloan, F. A., Ostermann, J., in Paramore, L. C. (2006). The return on investment in health care: From 1980 to 2000. *Value in Health*, 9(3), 146–156.
- Ministrstvo za zdravje. (2012). Poročilo o doseženih poslovnih rezultatih javnih zdravstvenih zavodov v letu 2009. Direktorat za zdravstveno ekonomiko, Sektor za ekonomiko javnega zdravstva, Ljubljana.
- Murphy, K. M., in Topel, R. H. (2006). The Value of Health and Longevity. *Journal of Political Economy*, 114(5), 871–904.
- OECD. (2002). *Public Sector Efficiency: Challenges and Opportunities*. OECD Publishing.
- Pareto, V. (1897). The New Theories of Economics. *Journal of Political Economy*, 5(4), 485–502.
- Pollitt, C., in Bouckaert, G. (2017). *Public Management Reform: A Comparative Analysis – Into the Age of Austerity* (4th ed.). Oxford University Press.
- Shrestha, J. (2010). Evaluation of access to primary healthcare: A case study of Yogyakarta, Indonesia. *International Institute for GeoInformation Science and Earth Observation*.
- Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94.

9

VREDNOTENJE IN OCENJEVANJE JAVNIH INVESTICIJSKIH PROJEKTOV – PREVERJANJE ZNANJA

Poglavje se navezuje na predhodna poglavja učbenika, ki obravnavajo načrtovanje, ocenjevanje in vrednotenje investicijskih projektov. Vprašanja so v nadaljevanju razporejena po ustreznih podpoglavjih in so namenjena preverjanju razumevanja ter znanja. Iz teh podpoglavij so lahko izbrana tudi vprašanja za splošni del izpita.

Učni cilji poglavja se vsebinsko naslanjajo na učne cilje v predhodnih poglavjih, v okviru katerih je poudarek na razvijanju sposobnosti analitične in kritične presoje investicijskih odločitev ter razumevanje ključnih projektnih dokumentov, postopkov finančne in ekonomske analize, meril uspešnosti ter pristopa analize stroškov in koristi. Študent z reševanjem primerov spozna praktično rabo in preveri znanje uporabe metod, kar mu pomaga bolje razumeti, zakaj so posamezna javna vlaganja smiselna, in ga pripravi na sprejemanje premišljenih odločitev v prihodnji strokovni praksi.

9.1 Metode za podporo vrednotenju in ocenjevanju v javnem sektorju

Vsebino poglavja utrjujemo v dveh sklopih vprašanj. Prvi sklop je namenjen spoznavanju z osnovnimi izhodišči opredelitve investicijskih projektov. V ta namen si boste na kratko ogledali dokumenta priprave projekta za manjši projekt z dokumentom identifikacije investicijskega projekta in za večji projekt z investicijskim programom.

- I. Prva skupina vprašanj o javnih investicijskih projektih se nanaša na dokument identifikacije investicijskega projekta, dostopen prek povezave:

Regionalna razvojna agencija Mura d.o.o. (2014). *Dokument identifikacije investicijskega projekta. Železna zaveza – kolesarski raj*. http://www.kobilje.si/sites/default/files/datoteke/seje/gradiva/gradivo_k_1_tocki_dnevnega_reda_diip_zeleзна_zavesa_kolesarski_raj_dopolnitev.pdf. Dokument je objavljen tudi v e-učilnici.

Analizirajte elemente opredelitve javnega investicijskega projekta.

1. Kaj so splošni cilji obravnavanega investicijskega projekta? Kakšne so pričakovane koristi? Opredelitev ciljev in koristi v dokumentu kritično ocenite.

2. Kaj je končni izdelek obravnavanega investicijskega projekta? Ali je to otipljiv ali neotipljiv izdelek?
3. Naštejte nekaj pomembnih izdelkov projekta, med njimi naj bosta vsaj dva otipljiva in dva neotipljiva izdelka. Pomen enega od omenjenih izdelkov komentirajte.
4. Kako se financira obravnavani investicijski projekt? Kateri viri so predvideni? Kateri prinaša največji in kateri najmanjši delež?
5. Kako je projekt organiziran? Kaj je temeljna naloga projektne skupine?
6. Ali dokument obravnava cilje kakovosti in tveganja investicijskega projekta? Določite vsaj dve merili kakovosti in dve morebitni tveganji obravnavanega projekta.
7. Ali ima projekt določene cilje izrabe izdelka? Kako so določeni? Ali so merljivi? Določite tri merljive cilje projekta, količinsko in vrednostno.
8. Ali je za obravnavani projekt izračunana ekonomska upravičenost projekta? Kako bi kritično ocenili trditev, da bodo stroški projekta povrnjeni z neposrednimi in posrednimi koristmi?
9. Določite najpomembnejše neposredne in posredne koristi, ocenite njihovo vrednost ter jo primerjajte z investicijskimi vlaganji oziroma ocenite ustreznost koristi glede na vlaganja.

Vprašanja o vrednotenju projektov se nanašajo na dokument investicijskega programa za projekt e-zdravje, dostopen prek povezave: Ministrstvo za zdravje Republike Slovenije. (2016). Študija izvedljivosti projekta eZdravje – predinvesticijska zasnova in investicijski program s študijo izvedbe. Investicijski program. http://mz.arhiv-spletisc.gov.si/fileadmin/mz.gov.si/pageuploads/eZdravje/predstavitev/studija/investicijski_program.pdf. Dokument je objavljen tudi v e-učilnici.

Analizirajte elemente vrednotenja obravnavanega javnega investicijskega projekta. Odgovore najdete v investicijskem programu investicijskega projekta e-zdravje, v 14. in 15. poglavju.

10. Kaj so pričakovane koristi projekta e-zdravje? Naštejte vsaj tri in jih opredelite glede na to, ali gre za neposredne ali posredne koristi.
11. Katere koristi v investicijskem programu so ovrednotene in katere niso? Ocenite, katere od koristi, ki jih predstavlja investicijski program, bi lahko še ovrednotili in kako bi lahko to storili.
12. Ali je vrednotenje koristi jasno podano? Ali so navedene vse potrebne količine in vrednosti koristi? Naštejte tri primere ustreznega vrednotenja in tri primere neustreznega vrednotenja koristi.

II. Vprašanja o odločanju o javnih investicijskih projektih se nanašajo na vsebino tega učbenika, in sicer na poglavja 7.4 (Odločanje o javnih investicijskih projektih), 7.5 (Opredelitev problema in rešitve ocenjevalnega modela), 7.6 (Zgradba modela ocenjevanja javnih investicijskih projektov) in 7.7 (Osnovne metode za primerjanje med enotami). Vprašanja sledijo vsebini po poglavjih.

- 13.** Preučite splošna izhodišča odločanja o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a.** Naštejte vsaj tri zahteve, ki jim mora zadoščati okvir ocenjevanja javnih investicijskih projektov, in njihov pomen utemeljite.
 - b.** Navedite in komentirajte vsaj tri pričakovane rezultate kakovostnega odločanja o javnih investicijskih projektih.
 - c.** Kaj so ključne ovire pri odločanju o javnih investicijskih projektih? Navedite vsaj dve in ju komentirajte.
 - č.** Kaj so ključne ovire pri odločanju o investicijskih projektih v lokalnih skupnostih?
- 14.** Preučite ključne elemente rešitve ocenjevalnega modela o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a.** Kateri so koraki odločanja o javnih investicijskih projektih?
 - b.** Kateri so koraki postopka odločanja o investicijskih projektih? Utemeljite njihov pomen.
- 15.** Preučite zgradbo modela ocenjevanja o javnih investicijskih projektih in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a.** Kateri so koraki modela rešitve odločanja o javnih investicijskih projektih?
 - b.** Kaj je rezultat procesa ocenjevanja alternativ in variant?
 - c.** Kako je zgrajeno drevo modela večkriterijskega ocenjevanja? Katere vidike investicijskega projekta upošteva?
- 16.** Premislite o posebnostih osnovnih metod za primerjanje med enotami in odgovorite na spodaj navedena vprašanja.
 - a.** Kaj omogoča metoda skupnega ranga? Kaj so njene prednosti? Kaj so njene pomanjkljivosti?
 - b.** Kako se od metode skupnega ranga razlikuje metoda analize doseganja ciljev? V čem sta si enaki? Katera je primernejša? Zakaj?
 - c.** Kaj je cilj Paretove ABC-analize?
 - č.** Kakšen je postopek izvedbe ABC-analize? Kateri so koraki analize? Kaj je rezultat?

9.2 Obrestnoobrestni račun in rentno varčevanje

Vsebina poglavja je usmerjena v spoznavanje vrst finančnih poslov in pojmov, povezanih z njimi. Vprašanja o vrsti in naravi finančnih poslov se nanašajo na objave finančnih ustanov na spletu. Tako se spoznavate s pojmi in načini poslovanja v realnem okolju.

- I. Na prvo skupino vprašanj lahko odgovorite s pomočjo informacij, ki jih najdete na spletu. Nanašajo se na delovanje Banke Slovenije in na nekatere storitve finančnih ustanov.
 1. Kaj so osrednji cilji delovanja Banke Slovenije? Navedite vsaj enega in ga komentirajte.
 2. Katere institucije nadzira Banka Slovenije?
 3. Katere finančne storitve zagotavljajo komercialne banke? Naštejte vsaj tri in eno od naštetih na kratko opišite.
 4. Katere finančne storitve zagotavljajo zavarovalnice? Naštejte vsaj tri in eno komentirajte.
 5. Katere finančne storitve omogočajo samo banke in hranilnice?
 6. Katere finančne storitve omogočajo samo zavarovalnice?
 7. Kaj je osrednje področje poslovanja finančnih družb?
 8. Kakšna je razlika med poslovanjem s kreditnimi in debetnimi karticami?
 9. Kakšna so tveganja pri uporabi spletnih finančnih storitev? Navedite vsaj eno vrsto tveganj in jo komentirajte.
 10. Katere vrste varčevanj poznamo? Naštejte vsaj tri in eno od njih opišite.
 11. S kakšnim namenom se zadolžujejo fizične osebe?
 12. S kakšnim namenom se zadolžujejo skupnosti in institucije javnega sektorja?
 13. Kakšna je razlika med kreditnim poslom in leasingom?
 14. Kaj so prihodki bank? Naštejte vsaj tri, enega med njimi komentirajte.
- II. Sledijo vprašanja, ki se nanašajo na osnovne pojme rentnega računa.
 15. Kaj so prihodki od kapitala? Naštejte vsaj dva, enega med njimi komentirajte.
 16. Kaj je značilno za navadni obrestni račun? Navedite primer uporabe navadnega obrestnega računa.
 17. Pojasnite pojem relativno izpodletno obrestovanje.
 18. Kaj sta predpostavki obrestnoobrestnega računa o glavnici in obrestni meri?
 19. Kaj je depozit?
 20. Kaj je renta?
 21. Opišite potek rentnega varčevanja. Kaj je osnovno pravilo postopka izračuna glavnice rentnega varčevanja?

22. Naštejte vsaj tri vrste komercialnega rentnega varčevanja in enega med njimi komentirajte.
23. Opišite potek rentnega izplačevanja. Kaj je osnovno pravilo postopka izračuna izplačil rentnega izplačevanja?
24. Kateri rentni posel je enakovreden kreditnemu poslu? Zakaj?
25. Kaj je anuiteta?
26. Imamo dve glavnici G_0 in G_n , opredeljeni v dveh različnih trenutkih. Kako imenujemo postopek, s katerim omogočimo primerjanje, tako da preračunamo glavnico G_n , določeno v poznejšem trenutku, na zgodnejši trenutek druge glavnice G_0 ? Postopek komentirajte.
27. Imamo dve glavnici G_0 in G_n , opredeljeni v dveh različnih trenutkih. Kako imenujemo postopek, s katerim omogočimo primerjanje tako, da preračunamo glavnico G_0 , določeno v zgodnejšem trenutku, na poznejši trenutek druge glavnice G_n . Postopek komentirajte.

9.3 Analiza stroškov in koristi

Poglavje vsebuje dve podpoglavji. Prvo predstavlja mere za vrednotenje investicijskih projektov, drugo pa način obravnave investicijskih projektov z vidika stroškov in koristi. Tako je prva skupina vprašanj namenjena utrjevanju pojmov, druga pa razumevanju pristopov k analizi stroškov in koristi investicijskih projektov.

I. Mere za vrednotenje investicijskih projektov

1. Opišite obravnavo investicije z vidika stroškov in koristi. Kaj opazujemo? Koliko časa?
2. Kaj je osnovna ideja pri opredelitvi mere neto sedanje vrednosti investicijskega projekta?
3. Kaj moramo storiti, da so vlaganja in donosi pri izračunu neto sedanje vrednosti investicijskega projekta med seboj primerljivi?
4. Glede na izračunano neto sedanjo vrednost, kateri projekti so bolj zaželeni?
5. Ali neto sedanja vrednost omogoča dobro primerjavo med različnimi projekti? Odgovor komentirajte.
6. Katere podatke moramo poznati pri izračunu neto sedanje vrednosti?
7. Kaj je diskontna stopnja?
8. Kaj je relativna neto sedanja vrednost? Ali relativna neto sedanja vrednost omogoča dobro primerjavo med različnimi projekti? Odgovor komentirajte.
9. Kaj nam pove doba vračanja? Kako jo izračunamo?
10. Glede na dolžino dobe vračanja, kateri projekti so bolj zaželeni? Odgovor komentirajte.

11. Kako diskontna stopnja vpliva na vrednost neto sedanje vrednosti? Kakšna je smer povezanosti med obema parametroma? Odgovor komentirajte.
12. Kako je opredeljena notranja stopnja donosnosti? Kako jo poiščemo?
13. Glede na vrednost notranje stopnje donosnosti, kateri projekti so bolj zaželeni? Odgovor komentirajte.

II. Finančna in ekonomska analiza investicijskih projektov

1. Kaj je finančna analiza projekta? Kaj pri finančni analizi upoštevamo?
2. Katere so vhodne tabele v finančno analizo?
3. Naštejte vsaj tri korake izvedbe finančne analize. Enega med njimi komentirajte.
4. Kaj je ekonomska doba investicijskega projekta? Ocenite ekonomske dobe gradbenih in infrastrukturnih investicijskih projektov.
5. Naštejte vsaj tri vrste stroškov investicije. Ena med njimi komentirajte.
6. Kakšna je razlika med finančno in ekonomsko analizo?
7. Naštejte vsaj tri elemente ekonomske analize, ki pomenijo posredno korist za družbo. Ena med njimi komentirajte.
8. Naštejte dve posredni koristi za projekt izgradnje mestne obvoznice in ju komentirajte.
9. Naštejte dve posredni koristi za projekt izgradnje mestnega parka in ju komentirajte.

9.4 Ekonomska evalvacija investicijskih projektov

Pri utrjevanju znanja o vrednotenju investicijskih projektov se bomo naslonili na dokumenta investicijskega programa. Za ogrevanje sledi nekaj vprašanj o ključnih elementih opredelitve vrednosti projekta e-zdravje. Nato sledijo vprašanja, ki se nanašajo na vsebino dokumenta investicijskega programa Kanalizacija Mengeš.

- I. Vprašanja o vrednotenju projektov se nanašajo na dokument investicijskega programa za projekt e-zdravje, dosegljiv na povezavi: Ministrstvo za zdravje Republike Slovenije. (2016). Študija izvedljivosti projekta eZdravje – predinvesticijska zasnova in investicijski program s študijo izvedbe. Investicijski program. http://mz.arhiv-spletisc.gov.si/fileadmin/mz.gov.si/pageuploads/eZdravje/predstavitv/studija/investicijski_program.pdf. Dokument je objavljen tudi v e-učilnici.

Analizirajte elemente vrednotenja obravnavanega javnega investicijskega projekta. Odgovore najdete v investicijskem programu investicijskega projekta e-zdravje (v 14. in 15. poglavju).

1. Kaj so pričakovane koristi projekta e-zdravje? Naštejte vsaj tri in jih opredelite glede na to, ali gre za neposredne ali posredne koristi.

2. Katere koristi v investicijskem programu so ovrednotene in katere niso? Ocenite, katere od koristi, ki jih predstavlja investicijski program, bi lahko še ovrednotili.
 3. Ali je vrednotenje koristi jasno podano? Ali so navedene vse potrebne količine in vrednosti koristi?
 4. Oblikujte preprost model naknadnega vrednotenja obravnavanega investicijskega projekta z najpomembnejšimi neposrednimi rezultati in posrednimi koristmi ter njihovimi ocenami.
 5. Kako so ocenjena tveganja obravnavanega investicijskega projekta? Kako so klasificirana? Katero od tveganj je po vašem mnenju največje in katero najmanjše?
 6. Kako je izvedena analiza občutljivosti? Kaj so ključne nevarnosti neugodnih sprememb?
- II.** Za utrjevanje bomo uporabili Investicijski program za izgradnjo kanalizacije in obnovo kanalizacijske infrastrukture v Mengšu, ki se v mapi gradiv za to poglavje nahaja pod imenom IP-Kanalizacija-Mengeš.pdf.
7. Katera poglavja obsega investicijski program, ki ga obravnavamo?
 8. Kdo je investitor?
 9. Kako je opredeljen namen? Ocenite, ali je opredelitev namena primerna, dovolj široko postavljena (pomislite na vrsto in obseg pričakovanih koristi).
 10. Kako so opredeljeni cilji? Ali so ustrezno opredeljeni (pomislite na zahtevo, da je cilj izdelek ali dovolj podrobno opredeljen rezultat, če je le mogoče kvantitativno ovrednoten)?
 11. Kolikšna je vrednost investicije? Zakaj je vrednost po stalnih cenah nižja od ocene vrednosti po tekočih cenah?
 12. Katere vire financiranja predvideva investicijski program?
 13. Kako je obdelana utemeljitev izbire optimalne variante? Katere variante so upoštevane? Ali je to dovolj? Ali bi bilo treba nameniti več pozornosti obdelavi variant?
 14. Kakšni so rezultati finančne analize? Kakšno napako so naredili v tabeli rezultata finančne analize? Rezultat analize kritično ocenite.
 15. Komentirajte rezultate ekonomske analize. Ne pozabite na opredelitev ekonomske dobe analize.
 16. V katere kategorije so klasificirane koristi projekta? Ali so koristi smiselno opredeljene? Ali lahko dodate še kakšno korist, ki bi jo lahko izpeljali iz obravnavanega projekta?
 17. Kdo je bodoči upravljavalec investicijskega objekta?

18. Kako se bo s projektom spremenil obseg storitev?
19. Kako podrobno je predstavljen gradbeni del investicije? Katere elemente obsega predstavitev?
20. Kaj obsega analiza vplivov investicijskega projekta na okolje? Katere vplive obravnava? Ali so po vašem mnenju to vsi možni vplivi? Ali bi bilo treba še kaj dodati?
21. Analiza izvedljivosti je na dnu strani 38. Kako bi ocenili obseg in kakovost vsebine analize izvedljivosti? Ali sploh podaja kakšna primerna dejstva, ki bi zagotavljala obvladovanje tveganj v zvezi z izvedljivostjo?
22. Kakšna je struktura financiranja investicijskega projekta?
23. Kateri parametri finančne analize so bili izbrani?
24. Kako so opredeljeni stroški in prihodki, ki se upoštevajo pri izračunu finančne analize?
25. Komentirajte tabelo in rezultate izračuna finančne neto vrednosti projekta za oba dela projekta.
26. Katera so ključna izhodišča ekonomske analize investicijskega projekta?
27. Katere zunanje koristi so upoštevane v ekonomski analizi?
28. Navedite in komentirajte izračunane mere uspešnosti projekta z vidika ekonomskega toka.
29. Katere od navedenih drugih stroškov in koristi bi lahko še ovrednotili tudi finančno? Kako?
30. Kako je izvedena analiza občutljivosti? Kateri elementi imajo največji vpliv na finančno in ekonomsko neto vrednost projekta? Pojasnite, zakaj.
31. Kako je izvedena analiza tveganj?
32. Ocenite celovitost in natančnost analize tveganj? Ali je zadostna?

9.5 Povzetek vsebine

Poglavje je namenjeno preverjanju in utrjevanju znanja s področij, ki zajemajo metode za podporo vrednotenju in ocenjevanju v javnem sektorju. Študent se skozi vprašanja seznani z osnovnimi elementi priprave javnih investicijskih projektov, kot so cilji, koristi, izdelki in viri financiranja, ter z uporabo projektne dokumentacije, kar omogoča razumevanje ključnih korakov pri načrtovanju in presoji upravičenosti javnih projektov.

V nadaljevanju poglavja so obravnavani temeljni finančni in ekonomski pristopi, ki vključujejo obrestnoobrestni račun in rentno varčevanje, analizo stroškov in koristi ter ekonomsko evalvacijo investicijskih projektov. Skozi vprašanja, vezana na primere projektov, študent razvija sposobnost kritične presoje dokumentov, vrednotenja

neposrednih in posrednih koristi, prepoznavanja tveganj ter spozna, kako se izvaja analiza občutljivosti. Poglavje tako omogoča poglobljeno razumevanje kompleksnosti javnih investicijskih odločitev in krepi analitične kompetence, potrebne za strokovno in odgovorno upravljanje javnih sredstev.

9.6 Literatura in viri

- Ministrstvo za zdravje Republike Slovenije. (2016). Študija izvedljivosti projekta eZdravje – predinvesticijska zasnova in investicijski program s študijo izvedbe. Investicijski program. http://mz.arhiv-spletisc.gov.si/fileadmin/mz.gov.si/pageuploads/eZdravje/predstavitev/studija/investicijski_program.pdf
- Regionalna razvojna agencija Mura d.o.o. (2014). Dokument identifikacije investicijskega projekta. Železna zaveza – kolesarski raj. http://www.kobilje.si/sites/default/files/datoteke/seje/gradiva/gradivo_k_1_tocki_dnevnega_reda_diip_zelezna_zavesa_kolesarski_raj_dopolnitev.pdf

Poglavje se nanaša na optimizacijo poslovnih procesov in zagotavljanje smotrnosti delovanja javnega sektorja. Vprašanja za preverjanje znanja se navezujejo na metodo linearnega programiranja in analizo učinkovitosti s pomočjo metode podatkovne ovojnice. Iz teh podpoglavij so lahko izbrana tudi vprašanja za splošni del izpita.

Učni cilji poglavja so povezani s predhodnimi vsebinami in preverjajo razumevanje osnov linearnega programiranja ter njegove vloge pri optimizaciji delovanja javnega sektorja. V nadaljevanju se skozi konkreten primer in usmerjena vprašanja preverja poznavanje ključnih elementov uporabe metode podatkovne ovojnice (DEA). Študent ob analizi učinkovitosti terciarnega izobraževanja utrdi razumevanje temeljnih konceptov, kazalnikov in modelov ter prepozna njihovo uporabno vrednost v praksi.

10.1 Linearno programiranje

S poglavjem o optimizaciji delovanja javnega sektorja sledimo dvema ciljema. Prvi je spoznavanje same metode, drugi pa zavedanje o uporabnosti te metode. Poleg tega je linearno programiranje osnova metode podatkovne ovojnice in je njeno poznavanje osnova za razumevanje metode podatkovne ovojnice. Vprašanja so namenjena utrditvi v smeri zastavljenih ciljev.

1. Kaj je cilj uporabe linearnega programiranja?
2. Kateri so sestavni elementi linearnega programa?
3. Katera sta klasična problema linearnega programiranja? V čem se razlikujeta?
4. Naštejte vsaj tri optimizacijske probleme in enega od njih komentirajte.
5. Kakšen je lahko cilj proizvodnega optimizacijskega problema? Kaj so odločitvene spremenljivke in kaj omejitve?
6. Kaj je osnovni cilj dietnega problema in kaj je osnovni cilj transportnega problema?
7. Katera cilja lahko postavimo pri problemu optimizacije portfelja vrednostnih papirjev?

10.2 Metoda podatkovne ovojnice

V zadnjem poglavju smo obravnavali metodo podatkovne ovojnice. Da boste lažje sledili predavanju, priporočamo, da preučite primer uporabe metode podatkovne ovojnice za primerjalno analizo učinkovitosti visokošolskega izobraževanja v državah EU. Proučevanje tematike bo temeljilo predvsem na primeru magistrske naloge študentke Danijele Popović, ki je objavljena tudi v e-učilnici, sicer pa je dosegljiva na naslednji povezavi:

Popović, D. (2016). Analiza učinkovitosti terciarnega izobraževanja v Sloveniji in izbranih državah članicah EU [Magistrsko delo]. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za upravo. <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=90953&lang=slv&prip=dkum:8717327:d5>

Namen naloge je, da se seznanite s primerom uporabe metode podatkovne ovojnice, zato vas vprašanja peljejo po magistrski nalogi tako, da se srečate z vsemi pomembnimi elementi raziskave.

1. Kaj je osnovni pojem raziskave?
2. V katerem polju se obravnava osnovni pojem?
3. Kaj so enote obravnave? Katere enote so vključene v preiskovano množico?
4. Kaj je problemsko okolje in kaj splošni raziskovalni okvir obravnavanega dela?
5. Kaj je namen in kaj so cilji raziskave? Ali hipoteze ustrezajo namenu in ciljem?
6. Kaj je osnovni koncept učinkovitosti?
7. Kako je učinkovitost opredelil Farrell? Katere vrste učinkovitosti je definiral? Kako jih je strukturiral?
8. Kakšna je razlika med tehnično in alokativno učinkovitostjo?
9. Kakšna je definicija tehnične učinkovitosti? Kdo je njen avtor?

V nalogi je v predstavitvi definicije tehnične učinkovitosti manjša napaka. Zato bodite pozorni in se spomnite, kako smo definicijo povedali na predavanjih.

10. Kaj je osnovno izhodišče alokativne učinkovitosti?
11. Kaj je ekonomska učinkovitost?
12. Kaj je notranja učinkovitost? Kako bi jo opisali na primeru terciarnega izobraževanja? Navedite vsaj tri kazalnike in enega komentirajte.
13. Kateri so pogoji notranje ekonomske učinkovitosti izobraževanja?
14. Kaj je zunanja učinkovitost? Kako bi jo opisali na primeru izobraževanja? 15. Navedite vsaj tri kazalnike in enega komentirajte.
16. Kakšna je osnovna definicija metode podatkovne ovojnice?
17. Kaj je temeljni korak pri oblikovanju modela DEA?

18. Navedite vsaj tri kazalnike za vložke in tri kazalnike za izloške terciarnega izobraževanja?
19. Po kom se je zgledovala avtorica pri oblikovanju modelov?
20. Kako je definiran model 1? Komentirajte vložke.
21. Kaj povedo rezultati, predstavljeni v Tabeli 5? Kako bi jih komentirali na splošno?
22. Kaj povedo rezultati, predstavljeni v Tabeli 6? Kako bi jih komentirali na splošno?
23. V čem je razlika med izračunom za konstanten in variabilen donos obsega? Kateri izračun je prizanesljivejši do obravnavanih enot (primerjajte rezultate v tabelah 5 in 6)?
24. Komentirajte rezultate za Češko in Slovenijo? Pomagajte si z vrednostmi vložkov in izložkov ter preverite, kaj so slabosti češkega in slovenskega izobraževalnega sistema.
25. Katere države so vzornice Slovenije? Opredelite podobnost po spremenljivkah. Komentirajte Grafikon 13.
26. Kaj so ključne priložnosti za izboljšanje za Slovenijo? Komentirajte Grafikon 11.
27. Kaj bi morali spremeniti v slovenskem izobraževalnem sistemu, da bi postal učinkovitejši?
28. Izdatki za terciarno izobraževanje so večji v razvitejših državah, zato bi lahko manj razvite države z nižjimi stroški za izobraževanje bile učinkovitejše. Kako komentirate dejstvo, da ni tako?

10.3 Povzetek vsebine

Poglavje obravnava preverjanje znanja s področja optimizacije delovanja javnega sektorja s poudarkom na uporabi linearne programiranja in metode podatkovne ovojnice kot ključnih orodij za presojanje smotrnosti in učinkovitosti. Vprašanja študenta vodijo od razumevanja temeljnih konceptov optimizacije do njihove praktične uporabe pri reševanju značilnih problemov razporejanja virov v javnih organizacijah.

Posebej je poudarjeno preverjanje znanja o metodi podatkovne ovojnice, ki je predstavljena skozi primer analize učinkovitosti terciarnega izobraževanja v državah EU. Obravnavani so koncepti tehnične, alokativne, ekonomske, notranje in zunanje učinkovitosti, izbor ustreznih vložkov in izložkov ter interpretacija rezultatov ob različnih predpostavkah donosa obsega. S kritično presojo primerjalnih rezultatov in priložnosti za izboljšanje poglavje krepi analitično razmišljanje in razumevanje optimizacijskih pristopov v javnem sektorju.

10.4 Literatura in viri

Popović, D. (2016). Analiza učinkovitosti terciarnega izobraževanja v Sloveniji in izbranih državah članicah EU [Magistrsko delo]. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za upravo. <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=90953&lang=slv&prip=dkum:8717327:d5>

11

SEZNAM KLJUČNIH POJMOV

Amortizacijski račun

Finančni račun, ki obravnava obročno odplačevanje dolgov s periodičnimi zneski, pri čemer se hkrati odplačujejo glavnica in obresti.

Anuiteta

Enakomerni periodični denarni znesek za odplačevanje dolga, ki vključuje razdolžnino (del za poplačilo glavnice) in pripadajoče obresti.

Anticipativno obrestovanje

Postopek obračunavanja obresti vnaprej, na začetku obrestovalnega obdobja, s čimer se dejanska začetna glavnica zmanjša.

Ciljna funkcija

Linearni matematični izraz v optimizacijskem modelu, ki ga želimo maksimirati (na primer dobiček) ali minimizirati (na primer stroški).

Čas obrestovanja

Obdobje, za katerega se v določenem finančnem poslu obračunavajo obresti.

DEA

Metoda podatkovne ovojnice je neparametrična kvantitativna metoda za merjenje relativne učinkovitosti organizacij ali enot, ki uporabljajo več vložkov za proizvodnjo več izločkov.

Dekurzivno obrestovanje

Način pripisovanja obresti po pretečenem obdobju, torej pripis obresti za nazaj.

Determinanta

Skalarna vrednost, prirejena kvadratni matriki, ki določa njene lastnosti, na primer ali je matrika izrojena.

DIIP

Dokument identifikacije investicijskega projekta je prva obvezna strokovna podlaga, ki utemeljuje smiselnost investicije in omogoča odločitve o nadaljnji pripravi investicijskega projekta.

Diskontiranje

Matematični postopek preračunavanja prihodnjih denarnih vrednosti na sedanjo časovno točko.

Doba vračanja

Obdobje, v katerem investicijski projekt s svojimi donosi v celoti povrne vložena sredstva. To je obdobje, v katerem NSV postane ≥ 0 .

Dospetje

Časovna točka, ko nastopi obveznost plačila ali vračila zneska skupaj s pripadajočimi obrestmi (zapadlost).

Ekonomska analiza

Ocenjevanje prispevka investicijskega projekta k blaginji celotne skupnosti, ki upošteva obračunske cene brez davkov ter vključuje zunanje vplive na okolje in družbo.

Enota poslovnega odločanja

Primerljiva organizacijska enota (na primer bolnišnica, šola, občina), ki je predmet primerjalne analize učinkovitosti s pomočjo metode podatkovne ovojnice.

Finančna analiza

Napoved denarnih tokov investicije, s katero preverjamo njeno donosnost in finančno vzdržnost z vidika investitorja.

Gauss-Jordanova metoda

Sistematičen postopek za reševanje sistemov linearnih enačb z zaporednim izločanjem spremenljivk s pomočjo vrstičnih operacij.

Glavnica

Osnovni denarni znesek, ki je predmet posojanja, varčevanja ali investiranja v določenem trenutku.

Identična matrika

Kvadratna matrika, ki ima po glavni diagonalni vrednosti 1, povsod drugje pa 0.

Inverzna matrika (A^{-1})

Matrika, ki pri množenju z originalno kvadratno matriko vrne identično matriko.

Investicijski program (IP)

Podrobna strokovna podlaga za izvedbo investicije, ki vključuje tehnično, finančno in ekonomsko presojo upravičenosti.

Izložki

Produkti oziroma storitve, ki jih enota poslovnega odločanja proizvaja iz danih vložkov (na primer število zdravljenih pacientov).

Javni investicijski projekti

Skrbno načrtovane dejavnosti za izdelavo trajnih dobrin javnega pomena, ki v času izrabe prinašajo skupnosti neposredne in posredne koristi.

Kapitalizacija

Način pripisovanja obresti v obračunski dobi. Pove, kolikokrat se obresti v določenem obdobju pripišejo glavnici.

Kapitalizacijska doba

Obdobje med dvema zaporednima pripisoma obresti h glavnici.

Kvadratna matrika

Matrika, ki ima enako število vrstic in stolpcev.

Linearna kombinacija

Vektor, ki ga izračunamo s seštevanjem drugih vektorjev, od katerih je vsak pomnožen z določenim skalarjem.

Linearno programiranje

Matematična metoda za iskanje optimalne rešitve (maksimuma ali minimuma) pri linearno podanih omejitvah.

Malmquistov indeks

Indeks za merjenje spremembe celotne faktorske produktivnosti skozi čas, ki loči med spremembo tehnične učinkovitosti in premikom v tehnologiji.

Matrika

Pravokotna preglednica števil, organizirana v vrstice in stolpce.

Metoda analize doseganja ciljev

Večkriterijsko ocenjevanje in primerjanje, ki ugotavlja, koliko alternativa dosega vnaprej določene ciljne vrednosti izbranih kazalnikov.

Metoda skupnega ranga

Primerjalna metoda, s katero alternative razvrstimo glede na vsoto njihovih tehničnih rangov po izbranih kriterijih.

Naknadno vrednotenje (*ex post*)

Preverjanje doseganja postavljenih ciljev in dejanskih koristi investicije po njenem zaključku in predaji v uporabo.

Neto sedanja vrednost

Razlika med sedanjo vrednostjo donosov in vlaganj projekta.

Notranja stopnja donosnosti

Diskontna stopnja, pri kateri je neto sedanja vrednost (NSV) investicijskega projekta enaka nič.

Obrestna mera

Nadomestilo za uporabo finančnih sredstev, izraženo v relativni obliki (odstotkih).

Obresti

Denarno nadomestilo oziroma cena za uporabo glavnice (kapitala) v dogovorjenem obdobju.

Odločitvene spremenljivke

Neznane količine v optimizacijskem modelu, katerih optimalne vrednosti iščemo.

Omejitve

Linearni izrazi (neenačbe), ki določajo razpoložljivost virov oziroma meje vseh izvedljivih rešitev v modelu.

Ostanek vrednosti

Likvidacijska ali tržna vrednost investicije ob koncu njene predvidene ekonomske dobe.

Paretova ABC-metoda

Metoda klasifikacije enot v tri skupine (A, B, C) glede na njihov vpliv na celotno vrednost pojava, namenjena določanju prioritet.

Pareto-Koopmansova učinkovitost

Stanje, ko enota ne more povečati nobenega izloška brez povečanja vložkov ali zmanjšanja drugega izloška.

Podatkovna ovojnica

Mejna lomljena ploskev, ki povezuje učinkovite enote in ovija preostale, manj učinkovite enote v polju storitvenih možnosti.

Polje izvedljivosti

Območje rešitev, ki hkrati izpolnjujejo vse postavljene omejitve optimizacijskega problema.

Postnumerando

Način plačevanja ali izplačevanja, pri katerem zneski dospevajo na koncu posameznega kapitalizacijskega obdobja.

Predhodno vrednotenje (*ex ante*)

Preverjanje vzdržnosti, izvedljivosti in pričakovanih koristi investicijskega projekta v fazi njegovega načrtovanja.

Prenumerando

Način plačevanja ali izplačevanja, pri katerem zneski dospevajo na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja.

Projektni izidi

Neposredni, merljivi in otipljivi proizvodi projekta.

Projektni učinki

Kratkoročni ali srednjeročni rezultati, ki izhajajo iz dejanske uporabe projektnih izidov.

Projektni vplivi

Dolgoročni in širši učinki investicije na blaginjo družbe ali okolje.

Relativna neto sedanja vrednost

Količnik med NSV in sedanjo vrednostjo vlaganj, ki omogoča primerjavo donosnosti projektov različnih vrednosti.

Renta

Vsako periodično (običajno mesečno) plačilo za začasno uporabo dobrin, storitev ali kot oblika varčevanja oziroma izplačevanja.

Sistem linearnih enačb

Nabor enačb, ki jih rešujemo sočasno, da bi določili vrednosti več neznanih spremenljivk.

Smotrnost

Temeljno načelo upravljanja, ki zavezuje k učinkovitemu in h gospodarnemu delovanju ob zagotavljanju ustrezne kakovosti in dostopnosti storitev.

Sprotno vrednotenje

Nadzor nad izvedbo investicije v fazi realizacije, s katerim zagotavljamo doseganje načrtovanih izidov v okviru rokov in financ.

Standardni maksimum problem

Optimizacijski model, s katerim iščemo največjo vrednost ciljne funkcije pri omejitvah tipa manjše ali enako ($\leq$).

Standardni minimum problem

Optimizacijski model, s katerim iščemo najmanjšo vrednost ciljne funkcije pri omejitvah tipa večje ali enako ($\geq$).

Tehnična učinkovitost

Razmerje med izloški in vložki. Učinkovite enote so na ovojnici (vrednost 1), ne-učinkovite pa zunaj nje.

Transponirana matrika (A^T)

Matrika, ki nastane, če vrstice originalne matrike zamenjamo z njenimi stolpci.

Vektor

Posebna oblika matrike, ki ima le eno vrstico (vrstični) ali en stolpec (stolpčni).

Vložki

Viri (na primer delo, kapital, material), ki jih enota poslovnega odločanja porablja za proizvodnjo izlozkov.

Zunanji vplivi

Družbeni stroški ali koristi projekta, ki vplivajo na okolje in skupnost, vendar niso neposredno vključeni v finančne tokove investitorja.

Kot priporočeno dodatno branje predlagamo pet monografij, ki obravnavajo ustrezna vsebinska področja učbenika, in sicer:

- institucionalno upravljanje in smotrnost javnih investicij (Schwartz in drugi, 2020);
- standardi upravljanja z javnimi investicijami (Kim in drugi, 2020);
- analiza stroškov in koristi (Sartori in Marra, 2021);
- matematično ozadje algoritmov za optimizacijo (Lay in drugi, 2022);
- merjenje učinkovitosti enot javnega sektorja (Ajibesin in Narasimha, 2024).

Učbenik v drugem in petem poglavju obravnava cikel javnih investicij ter opozarja na ovire, kot so politični pritiski, slaba komunikacija in netransparentni postopki odločanja. Ta izhodišča nadgrajuje monografija Schwartz in drugi (2020), ki obravnava vprašanje, kako zmanjšati tveganja pri pripravi in izvedbi javnih investicij. Učbenik se osredotoča na uveljavljanje načela smotrnosti v lokalnih okoljih in slovensko zakonodajo, monografija pa obravnava širši okvir upravljanja, ki preprečuje prekoračitve stroškov in podaljševanje časovnic. Branje tega vira študentu pomaga razumeti, kako institucionalni mehanizmi in transparentno vodenje projektov zmanjšujejo tveganja za nedokončanje investicij.

V petem poglavju učbenik podrobno razčleni slovensko Uredbo o enotni metodologiji (UEM) ter strukturo obveznih dokumentov, kot sta DIIP in investicijski program. Za razumevanje, kako ti postopki delujejo v mednarodnem okolju, je ključno delo Kim in drugi (2020), ki predstavlja zgradbo sistema upravljanja javnih investicij in njegovo vlogo v življenjskem ciklu javnega investiranja od strateške identifikacije investicijske potrebe do stroge naknadne evalvacije. Študij tega vira študentu omogoči, da na praktične vaje iz učbenika pogleda z vidika globalnih dobrih praks, kar je nujno za vključevanje v pripravo in izvedbo kompleksnih javnih projektov.

Četrto poglavje učbenika postavlja temelje za finančno in ekonomsko vrednotenje projektov prek ustreznih kazalnikov. Ta znanja v operativno prakso prenašata Sartori in Marra (2021) s specifičnimi usmeritvami za vrednotenje investicij v različnih sektorjih, kot so digitalizacija, okolje in transport. Vsebina je ključna za razumevanje določanja diskontnih stopenj in obračunskih cen v okviru kohezijske politike EU, kar študentu omogoči spoznavanje z zahtevami strogih evropskih revizijskih meril.

Šesto in sedmo poglavje učbenika uvajata linearno algebro in linearno programiranje kot orodji za optimalno razporejanje virov v javnem sektorju. Monografija Lay in drugi (2022) nudi vpogled v teoretično globino ozadja optimizacije. Delo pojasnjuje koncepte linearne neodvisnosti in determinant, kar omogoča poglobljeno razumevanje teh struktur.

Učbenik v osmem poglavju predstavi metodo podatkovne ovojnice (DEA) na primeru slovenskih bolnišnic in občin. To področje najsodobneje nadgrajuje delo Abel in drugi (2024), ki bralca vodi prek osnovne Pareto-Koopmansove učinkovitosti k naprednejšim metodološkim različicam, ki upoštevajo večstopenjske procese. Knjiga ponuja orodja za natančnejšo analizo storitvene produktivnosti v digitalizirani javni upravi, kjer klasični modeli iz učbenika morda ne zadoščajo več. Zato je neprecenljiva za študente, ki želijo v svojih zaključnih delih uporabiti metodo DEA. Seznam priporočene literature in virov:

- Ajibessin A. A., in Narasimha, R. V. (ur.) (2024). *Data Envelopment Analysis (DEA) Methods for Maximizing Efficiency*. IGI Global.
- Kim, J.-H., Fallov, J. A., in Groom, S. (2020). *Public Investment Management Reference Guide*. Washington, DC: World Bank. <https://doi.org/10.1596/978-1-4648-1529-4>
- Lay, D. C., Lay, S. R., in McDonald, J. J. (2022). *Linear algebra and its applications* (Sixth edition, global edition). Pearson.
- Sartori, D., in Marra, M. (2021). *Economic Appraisal Vademecum 2021–2027—General Principles and Sector Applications*. DG REGIO.
- Schwartz, G., Fouad, M., Hansen, T. S., in Verdier, G. (ur.) (2020). *Well Spent: How Strong Infrastructure Governance Can End Waste in Public Investment*. International Monetary Fund.